



Szent István Sport Általános Iskola és  
Gimnázium  
OM azonosító: 035843  
5100 Jászberény, Rákóczi út 53.  
Tel.: 57/404-200, 57/404-201  
E-mail: [szent.istvan.jaszbereny@gmail.com](mailto:szent.istvan.jaszbereny@gmail.com)



## MATEMATIKA HELYI TANTERV

az 5/2020. (I. 31.) Korm. rendelettel módosított, A Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet alapján készített kerettantervre épülve

évfolyam	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
heti óraszám	4+1	4+1	4	4	4+1	4+0,5	3+1	3+1				
éves óraszám	180	180	144	144	180	162	144	144				
angol nyelvi és testnevelés tagozat									3	3	3	3
éves óraszám									108	108	108	96
matematika tagozat									3+2	3+2	3+2	3+2
éves óraszám									180	180	180	160

**KÉSZÍTETTE:** Póczné Titton Dóra  
Telek Zsuzsanna  
Ridegné Barna-Terenyi Krisztina  
Novákné Berényi Katalin  
Béres Gábor  
Tóth Ildikó  
Molnár Anita  
Pestiné Járomi Edit  
Nyitrai Tájtai Edit

**JÓVÁHAGYÁS IDŐPONTJA:** 2020. augusztus 31. (1-2., 5-6., 9-10. évfolyam)  
2021. február 01. (3-4., 7-8., 11-12. évfolyam)

**JÓVÁHAGYTA:** Pomázi Imréné intézményvezető

## **ALAPELVEK, CÉLOK**

A matematika tanulásának legfontosabb célja, hogy a tanuló:

1. megtapasztalja a matematika értékeit, hasznosságát, szépségét;
2. megismerje a matematikai gondolkodás természetét és a matematika alapvető sajátosságait;
3. fejlessze a szövegértését, a szövegalkotó és absztrakciós képességét a matematika nyelvének és szimbólumainak szóbeli és írásbeli alkalmazása során;
4. fejlessze a számolási készségét, a modellezési, a problémamegoldó és döntési képességét;
5. fejlessze a logikus, pontos, kreatív, mérlegelő, stratégiai és rendszerező gondolkodását;
6. alkalmazható tudásra tegyen szert.

## **FŐ TÉMAKÖRÖK AZ 1–4. ÉVFOLYAMON NAT2020**

1. Gondolkodási módszerek – halmazszemlélet, matematikai logika, rendszerezés
2. Gondolkodási módszerek – szöveges feladatok
3. Aritmetika, algebra – számok, számtulajdonságok és számok közötti kapcsolatok
4. Aritmetika, algebra – alpműveletek
5. Aritmetika, algebra – mérés, mennyiségi viszonyok
6. Függvények és sorozatok
7. Geometria – tájékozódás térben, síkban
8. Geometria – alkotások és transzformációk térben, síkban
9. Geometria – testek és alakzatok
10. Statisztika és valószínűség

### **Tantárgyi koncentráció:**

Módszereit és ismeretelemeit tekintve a matematika tanítása kapcsolódhat a magyar irodalom és nyelvtan, vizuális kultúra, életvitel -technika, testnevelés, környezetismeret tantárgyakhoz. Témakört kellene megadni legalább.

Az alsó tagozatos matematikatanítás legfőbb célja a matematikai ismeretek és gondolati tevékenységek széles körű tapasztalati alapozása, valamint a kapcsolódó biztos matematikai készségek kialakítása, melyekre a későbbi évfolyamok építhetnek. Alapvető fontosságú, hogy a gyerekek valóságban alapuló saját cselekvő tapasztalataik és élményeik révén jussanak el jól megértett, sok szálon kapcsolódó ismeretekhez, mert ezek jelentik majd a hétköznapi életben hosszú távon használható tudásukat.

A matematika spirális felépítésének megfelelően alsó tagozaton széles körű tárgyi tevékenységek alapozzák meg a változatos képi ábrázolásokat, amelyek szükségesek a későbbi absztrakcióhoz, és alkalmassá teszik a tanulókat a felső tagozaton, középiskolában megjelenő szimbolikus gondolkodásra.

**A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:**

**A tanulás kompetenciái:** Az alkalmazható matematikatudás megszerzését segíti a tanulók ösztönzése kérdések, problémák megfogalmazására. Emellett a tanulók szabadabb kommunikációja érdekében fontos, hogy merjenek segítséget kérni a tanítótól és társaiktól, ha nehézségekbe ütköznek munkájuk során. Fontos az is, hogy a tanulóközösség természetesnek vegye, a tanulási folyamat részének tekintse a tévedést, a vitákat. Ez akár az egész tanulócsoportot érintő, interaktív formája az egymástól való tanulásnak.

**A kommunikációs kompetenciák:** A tanulók kommunikációs képességeinek fejlesztését segítik a kooperatív munkaformák, amelyek lehetőséget adnak a szóbeli és írásbeli kifejezőkészség gyakorlására. Kezdetben saját kifejezőeszközeikkel kommunikálhatnak, például megmutatással, rajzzal, mozgással, saját szavakkal. Ezeket később fokozatosan segítünk egyre pontosabbá, szakszerűbbé tenni. Ez támogatja a matematika nyelvének megértését, a matematikai szövegalkotást, ami elengedhetetlen a matematikai gondolkodáshoz, a valóságos problémákat leíró matematikai

modellek megalkotásához. A matematika nyelvének megfelelő alkalmazása a matematikai szókinés ismeretét, valamint a nyelvtani kapcsolatok helyes értését és használatát jelenti, amiket szintén alsó tagozaton alapozunk.

**A digitális kompetenciák:** A tanuló a digitális eszközöket már ebben a nevelési-oktatási szakaszban is a tanulás, gyakorlás szolgálatába állítja, amikor egyszerű matematikai jelenségeket figyel meg számológépen, vagy számítógépes fejlesztő játékokat használ a műveletek, a problémamegoldás gyakorlására.

**A matematikai, gondolkodási kompetenciák:** A matematikai gondolkodás fejlesztése szempontjából kiemelt szerepe van a logikai, a stratégiai és a véletlennel kapcsolatos játékoknak. Alsó tagozaton évfolyamonként spirálisan visszatérnek ugyanazok a témakörök, újabb elemekkel bővülve. Bizonyos tevékenységeket újra és újra elvégzünk, egyrészt azért, mert ez segíti az analógiák épülését, másrészt mert lehetőséget nyújt a kapcsolódási pontok keresésére, megértésére a matematika különböző területei és ismeretei között. Kiemelt szerepe van az alkotó gondolkodás fejlesztésének, ugyanis a gyermek azt érti meg, amit meg is alkot. Az alkotás segít, hogy a tanuló értve tudja megalkotni maga számára az új fogalmakat, beágyazva a formálódó fogalmi rendjébe. Fontos, hogy egy-egy témakört, problémát, ismeretet több oldalról, sokrétűen és mind szemléletükben, mind matematikai tartalmukban egyaránt változatos eszközök használatával, tevékenységeken keresztül közelítsünk meg. Ez segíti, hogy a gondolkodás rugalmas maradjon, valamint a fogalmak és ezek egymás közti viszonyai, összefüggései igazán megértésre kerüljenek, elmélyüljenek.

Az ismeretek, fogalmak elmélyülését segíti az analógiás gondolkodás is, mely a felismert törvényszerűségeket alkalmazza hasonló vagy egészen más területeken. Ennek fejlesztése is fontos feladat az egyes témakörökben: a bővülő számkör fejben és írásban végzett műveletei során, a szabályjátékok kapcsán, a méréseknél, egyszerű és gondolkodtató szöveges feladatok különbözőképpen megfogalmazott problémáiban, térben és síkban végzett alkotásoknál, illetve mindezen területek összekapcsolásakor. A tanulók a sokféle formában megjelenő közös jegyek alapján alakítják ki a fogalmak belső reprezentációját. A konkrét tevékenységek csak lassan válnak belsővé, gondolatívá. Ennek kialakulásához megfelelő időt kell biztosítani, ami egyénenként eltérő lehet, és ritkán zárul le alsó tagozaton. A tanulók a tanórán hallott kifejezéseket először megértik, majd később maguk is helyesen használják azokat. A kerettantervben azok a fogalmak szerepelnek, amelyek helyes alkalmazását elvárjuk a tanulóktól.

**A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:** Alsó tagozaton a matematikai fejlesztés fontos eszköze a játék, mely a személyiségfejlesztő és közösségépítő hatása mellett élvezetes módot kínál minden témakörnél a problémafelvetésre, problémaelemzésre, problémamegoldásra és a gyakorlásra.

**A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái:** A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

**Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A problémafelvetés és -megoldás során a tanuló maga fedezi fel a megoldáshoz vezető utat, megtapasztalja, hogy több lehetséges megoldási út is van. A különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét.

Az alsó tagozaton a témaköröket nem lehet élesen, órákra lebontva elkülöníteni. Az egyes témakörök egymást erősítik, kiegészítik, magyarázzák. A matematikatanítás így lesz igazán komplex. Minden órának szerves része a különféle problémák felvetése. A halmazok képzése, vizsgálata minden témakört áthat. Minden órán lehet számolást gyakorolni, szöveges feladatot megoldani, játékos formában, néhány percen. A gyerekek életkori sajátosságaihoz igazodik a gyakori tevékenységváltás, és ez egyszerre több témakört is érinthet. A javasolt minimális óraszám tehát nem jelenti azt, hogy a témakört egymás utáni órákon kell feldolgozni, és azt sem, hogy az adott óraszám alatt egy-egy témakör lezárásra kerül. Az egyes témaköröknél megjelenő javasolt minimális óraszám inkább csak a tananyagelosztás időbeli arányaira igyekszik rámutatni, ugyanakkor nem jelöli ki az egyes témakörök fontossági sorrendjét. Azonban azoknál a témaköröknél, ahol kifejezetten fontosnak tartottuk, hogy minden órának részét képezzék, ott a javasolt óraszám mellett külön is feltüntettük: „A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!”

## ELSŐ-MÁSODIK ÉVFOLYAM

Az 1. osztály első félévét a matematikatanulás területén is előkészítő időszaknak tekintjük. Így biztosítható az óvoda-iskola átmenet megkönnyítése, így adódik lehetőség a más-más óvodából érkező tanulók alapos megfigyelésére, képességeik feltérképezésére. Az előkészítő szakasz megnyújtásával lehetőség nyílik a pszichikus és kognitív funkciók fejlesztésére, megerősítésére, ami által a hátrányokkal induló tanulók is sikeresen felzárkózhatnak.

A képességek fejlesztése, a fogalmak érlelődése hosszú folyamat, amihez gazdag és változatos tapasztalatokra van szüksége minden tanulónak. Ez azt jelenti, hogy tervezéskor egységes szemlélettel kell tekinteni az összes tanulási területre. Egyéni tempóban, sokféle érzékelésre támaszkodva, mozgásokkal és manuálisan összekapcsolható tevékenységekkel indulnak el a tanulók az ismeretszerzés útján.

A matematikai fejlesztés szoros kapcsolatban áll a zenei, művészeti, technológiai és mozgásos fejlesztéssel.

Az előkészítő időszak félévében is megjelenhetnek jelek és egyedi számok, számjelek, elkezdődhet a szám- és műveletfogalom előkészítése összehasonlításokkal, meg- és leszámlálásokkal, mondókázásokkal, változások megfigyelésével. A tanulók érettségéhez, képességeihez igazodó differenciált tanítási, értékelési módszerek megválasztásával valósul meg a tervezés, melyben a differenciált fejlesztés, a többség mellett a lemaradók és a tehetségesebbek gondozása egyaránt teret kap. A differenciálás egyik lehetséges módja a digitális eszközökön való játék és feladatmegoldás vagy a hosszabb ideig biztosított eszközhasználat.

Első osztályban az óvodából érkező gyermekek könnyebb, fokozatosabb beilleszkedését segíti a 45 perces órák, az előre megírt tanmenetek rugalmas kezelése, a tanulók igényeinek, fejlődési tempójának megfelelően alakított és alakítható napirend. A tanítók rövidebb időintervallumonként váltanak a különböző jellegű tevékenységek között, ami a tanulók figyelmének hatékonyabb kihasználását is lehetővé teszi.

A további teendőket, még a második osztály végére előirányzott tanulási eredmények elérésének útját és megvalósítását is, a cselekedtetés módszere vezérli. A kisgyerek a konkrét tárgyi tevékenységek során szerzett tapasztalatai alapján alakít ki belső reprezentációkat. A tevékenységekben szereplő tárgyi valóság képezi az absztrakt fogalmak tartalmát, és az ott átélt kapcsolatok alapozzák meg a fogalmak rendszerét. A saját testi mozgások, a hétköznapi életben előforduló tárgyak, dolgok és a már régóta rendelkezésre álló matematikai eszközök (például: logikai készlet, színes rudak) felhasználása megfelelő támaszt nyújtanak a cselekvő tapasztalatra épülő tanítás-tanulás megvalósításában.

Ebben az időszakban történik meg minden témakör alapozása. Fontos, hogy ezek az alapok nagyon szilárdak legyenek, ezért a fő hangsúly a megértésen, fejlesztésen van, nem pedig a számonkérésen. Nem baj, ha még lassúbb a számolás, ha a tanuló még nem ismeri fel az összefüggéseket, segítő jelenlétével a tanító biztosítani tudja az előrehaladást. A fejben számolás egyes lépéseinek megértéséhez alkalmazott eszközök használatát engedhetjük addig, ameddig az eljárások értő, automatikus használata ki nem alakul.

Az 1-2. évfolyamon a matematika tantárgy óraszámja 260 óra. A témaköröknél megadott óraszámokba szükség esetén bele kell építeni az ismeretszerzés mellé a differenciált fejlesztést (felzárkóztatást, tehetséggondozást), a játékos gyakorlást és az értékeléseket is.

**Az 1–2. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszámja: 288 óra.(144+144)**

*Az iskolánk beépít heti 1 matematikaórát 1–2. évfolyamon a szabadon tervezhető órakeretből.*

## ELSŐ ÉVFOLYAM

<b>Témakör neve</b>	<b>Óraszám</b>
Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata	4
Rendszerezés, rendszerképzés	4
Állítások	4
Problémamegoldás	4
Szöveges feladatok megoldása	6
Szám és valóság kapcsolata	9
Számlálás, becslés	6
Számok rendezése	6
Számok tulajdonságai	9
Számok helyi értékes alakja	5
Mérőeszköz használata, mérési módszerek	10
Alapműveletek értelmezése	10
Alapműveletek tulajdonságai	8
Szóbeli számolási eljárások	12
Fejben számolás	15
Alkotás térben és síkon	4
Alakzatok geometriai tulajdonságai	6
Transzformációk	3
Tájékozódás térben és síkon	4
Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése	9
Adatok megfigyelése	3
Valószínűségi gondolkodás	3
Szabadon felhasználható, szabadon tervezhető óra témakörébe épül a differenciált fejlesztés, felzárkóztatás, tehetséggondozás, a játékos gyakorlás és az értékelés.	+36
<b>Összes óraszám:</b>	<b>180</b>

### **Témakör: Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- megkülönböztet, azonosít egyedi konkrét látott, hallott, mozgással, tapintással érzékelhető tárgyakat, dolgokat, helyzeteket, jeleket;
- játékos feladatokban személyeket, tárgyakat, számokat, formákat néhány meghatározó tulajdonsággal jellemez;
- tudatosan emlékezetébe vési az észlelt tárgyakat, személyeket, dolgokat, és ezek jellemző tulajdonságait, elrendezését, helyzetét;
- válogatásokat végez saját szempont szerint személyek, tárgyak, dolgok, számok között;
- felismeri a mások válogatásában együvé kerülő dolgok közös és a különválogatottak eltérő tulajdonságát;
- folytatja a megkezdett válogatást felismert szempont szerint;
- személyek, tárgyak, dolgok, szavak, számok közül kiválogatja az adott tulajdonsággal rendelkező összes elemet;
- azonosítja a közös tulajdonsággal rendelkező dolgok halmazába nem való elemeket;
- megnevezi egy adott tulajdonság szerint ki nem válogatott elemek közös tulajdonságát a tulajdonság tagadásával;
- barkochbázik valóságos és elképzelt dolgokkal is, kerüli a felesleges kérdéseket;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Tárgyak, dolgok felismerése különféle érzékszervekkel, más érzékszervek kizárásával, például csak hallással, csak tapintással
- Tárgyak, dolgok tulajdonságainak felismerése különféle érzékszervekkel, mások kizárásával
- Két vagy több dolog különbözőségének és azonosságának felismerése egy vagy több szempont

alapján

- Közös tulajdonságok megfigyelése személyeken, tárgyakon, képeken, alakzatokon, jeleken
- A tulajdonságok változásának felismerése

#### **FOGALMAK**

tulajdonság, azonos, különböző, logikai „nem”

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Mi változott?” játék tanulókon, tárgyakon, „Nézd csak! Mi változott?” kártyakészleten történő változtatások megfigyelése
- „Varázsszákból” kívánt tulajdonságú plüssállat, forma, logikai lap, tapintható számjegy, betű kiválasztása
- Activity-típusú játék különféle témakörökben mutogatással, rajzolással, körülírással
- „Repül a..., repül a...” játék közös tulajdonság megfigyeléséhez
- Játék tanító által készített 3, 4 ábrás kártyakészlettel, tananyaghoz igazított tartalommal

#### **Témakör: Rendszerezés, rendszerképzés**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- barkochbázik valóságos és elképzelt dolgokkal is, kerüli a felesleges kérdéseket;
- két szempontot is figyelembe vesz egyidejűleg;
- felsorol elemeket konkrét halmazok közös részéből;
- megfogalmazza a halmazábra egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket;
- keresi az okát annak, ha a halmazábra valamelyik részébe nem kerülhet egyetlen elem sem;
- adott elemeket elrendez választott és megadott szempont szerint is;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Saját eszközök, felszerelések számbavétele és rendben tartása
- Barkochbázás konkrét dolgok kirakásával
- Barkochbázás során felesleges kérdések kerülése, felismerése
- Adott halmaz elemeinek rendszerezése a tanító irányításával

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Elvitte a szarka” játék: hiányzó elem megtalálása rendszerezés segítségével
- Barkochba játék különféle logikai készleteken többféle szabály szerint, például egyszerű barkochba, fordított barkochba, barkochba két elem egyszerre történő kitalálására, kapcsolati barkochba; ezek mindegyikének kipróbálása hazudósan is
- Öltöztethető papírbaba különböző öltözékeinek kirakása
- Többgombócos fagyaltok összeállítása színes korongokkal
- Különböző „vonatok” kirakása megadott színes rudakból
- Táncospárok, kézfogások szituációs játékokkal

#### **Témakör: Állítások**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- megítéli, hogy adott halmazra vonatkozó állítás igaz-e vagy hamis;
- megfogalmaz adott halmazra vonatkozó állításokat; értelemszerűen használja a „mindegyik”, „nem mindegyik”, „van köztük...”, „egyik sem...” és a velük rokon jelentésű szavakat;
- megfogalmazza a halmazábra egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket;

- tudatosan emlékezetébe vés szavakat, számokat, utasítást, adott helyzetre vonatkozó megfogalmazást;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Konkrét tevékenységekhez kapcsolt köznyelvi és matematikai tartalmú kijelentések, állítások megfogalmazása adott helyzetről, személyekről, tárgyokról, dolgokról, képről, történésről, összességekről szabadon és irányított megfigyelések alapján
- Egyszerű, lezárt hiányos állítások igazságának megítélése

#### **FOGALMAK**

igaz-hamis

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy alkotást (tárgykból, színes rudakból, alakzatokból, számokból) úgy, hogy más ne láthassa; ezután az alkotásról mond mondatokat, ami alapján a többieknek is ugyanazt kell létrehozniuk; lehet kérdezni, ha nem elegendő a megadott információ; ha mindenki kész, ellenőrzik az alkotásokat
- „Rontó” játék: logikai lapokból, számokból, formákból alkotott kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása az új halmazra, és így tovább

#### **Témakör: Problémamegoldás**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- a tevékenysége során felmerülő problémahelyzetben megoldást keres;
- kérésre, illetve problémahelyzetben felidézi a kívánt, szükséges emlékképet;
- megfogalmazott problémát tevékenységgel, megjelenítéssel, átfogalmazással értelmez;
- az értelmezett problémát megoldja;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Hétköznapi helyzetekben, tevékenységek során felmerülő problémahelyzetben megoldás keresése
- Megfogalmazott probléma értelmezése tevékenységgel, megjelenítéssel
- Tevékenységgel, megjelenítéssel értelmezett probléma megoldása

#### **FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Boltos” játék frontálisan irányítva vagy párban vagy csoportban: a tanító egy bolt kirakatát rendezi be (valós tárgyakkal vagy képekkel), és megadja a termékek árait; a tanulók a kirakatot nézve vizsgálják a termékeket és azok árait, boltost és vevőt választanak, vásárolnak játékpénzekkel, adott feltételnek megfelelő különféle kifizetéseket gyűjtenek
- Útvonal keresése térbeli és síkbeli labirintusokban
- Problémák lejátszása szerepjátékként, bábokkal, eszközökkel, például „kecske-farkas-káposzta”; „öntögetések”; „helycserélések”
- Origamik készítése

#### **Témakör: Szöveges feladatok megoldása**

**ÓRASZÁM: 6 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- értelmezi, elképzei, megjeleníti a szöveges feladatban megfogalmazott hétköznapi szituációt;
- szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémát megold matematikai ismeretei segítségével;
- tevékenység, ábrarajzolás segítségével megold egyszerű szöveges feladatokat;

- megkülönbözteti az ismert és a keresendő (ismeretlen) adatokat;
- választ fogalmaz meg a felvetett kérdésre;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Elmondott történet, helyzet értelmezése közösen eljátszással; megjelenítése kirakásokkal, rajzokkal
- Elmondott szöveges feladatok értelmezése közösen eljátszással, megjelenítése kirakásokkal, rajzokkal tanítói segítséggel
- Szöveges feladatok olvasása, értelmezése, eljátszása, megjelenítése kirakásokkal, rajzokkal tanítói segítséggel
- Adatok gyűjtése, lényeges adatok kiemelése tanítói segítséggel
- Kérdés értelmezése, a keresendő adatok azonosítása tanítói segítséggel

#### **FOGALMAK**

szöveges feladat, adat, ismeretlen adat, információ, ellenőrzés, szöveges válasz

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Beszélgetés, történetmesélés eseményképekről, ábrákról szabadon és egy-egy részletre fókuszálva is
- Relációs szókincs fejlesztése konkrét megjelenítéssel, például: „Ki az idősebb?”, „Kinek van kettővel több ceruzája?”, „Hány gombóc fagyit tudunk megenni összesen?”
- Adott szituációt leíró minél több mondat gyűjtése csoportban. Például „A bal kezemben 2-vel több ceruza van, mint a jobb kezemben”, „A jobb kezemben 2-vel kevesebb ceruza van, mint a bal kezemben”, „Ha a jobb kezembe még 2 ceruzát veszek, akkor ugyanannyi lesz, mint a bal kezemben”, „Ha a bal kezemből leteszek 2 ceruzát, akkor ugyanannyi lesz, mint a jobb kezemben”

#### **Témakör: Szám és valóság kapcsolata**

**ÓRASZÁM: 9 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- összehasonlítja véges halmazokat az elemek száma szerint;
- ismeri két halmaz elemeinek kölcsönösen egyértelmű megfeleltetését (párosítását) az elemszámok szerinti összehasonlításra;
- helyesen alkalmazza a feladatokban a több, kevesebb, ugyanannyi fogalmakat 20-as számkörben;
- helyesen érti és alkalmazza a feladatokban a „valamennyivel” több, kevesebb fogalmakat;
- érti és helyesen használja a több, kevesebb, ugyanannyi relációkat halmazok elemszámával kapcsolatban, valamint a kisebb, nagyobb, ugyanakkora relációkat a megismert mennyiségekkel (hosszúság, tömeg, űrtartalom, idő, terület, pénz) kapcsolatban 20- számkörben;
- használja a kisebb, nagyobb, egyenlő kifejezéseket a természetes számok körében;
- helyesen használja a mennyiségi viszonyokat kifejező szavakat

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- kis darabszámokat ránézésre felismer többféle rendezett alakban.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Mennyiségek (hosszúság, tömeg, terület, űrtartalom, idő, pénz) összemérése, összehasonlítása: kisebb, kevesebb, nagyobb, több, ugyanakkora, ugyanannyi
- A mennyiség, darabszám megmaradásának érzékszervi tapasztalatok során történő tudatosítása
- Halmazok elemszám szerinti összehasonlítása párosítással (egy-egy értelmű leképezéssel): több, kevesebb, ugyanannyi relációk felismerése, megnevezése 20-as számkörben
- Mennyiségi viszonyok jelölése nyíllal vagy a  $<$ ,  $>$ ,  $=$  jelekkel
- Szám jelének hozzákapcsolása az ugyanannyi viszonyban lévő mennyiségekhez 20-as számkörben
- Számok tulajdonságainak vizsgálata cselekvő tapasztalatszerzés alapján
- Kis darabszámok felismerése összkép alapján ránézésre többféle rendezett alakban
- Számképek felismerése többféle bontott alakban is 20-ig



- Számok többfelé bontása 20-ig

#### **FOGALMAK**

kisebb, nagyobb, ugyanakkora, több, kevesebb, ugyanannyi, párosítás, bontás

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Relációs szókincs fejlesztése konkrét megjelenítéssel, például „Ki a magasabb?”, „Melyik ceruza hosszabb?”, „Melyik színes rúd rövidebb a kisujjadnál?”
- Érzékszervi tapasztalatok gyűjtése mennyiségekről, darabszámokról, például „Bal kezébe fogd a sötétkék rudat, csukott szemmel keress nála hosszabbat, rövidebbet, ugyanolyan hosszút!”, „Csukott szemmel dönts el, melyik fonal hosszabb, melyik vastagabb!”, „Melyik zsákban van több gesztenye?”, „Csukott szemmel, hallás alapján dönts el, hogy melyik zsákba ejtettem több gesztenyét!”
- „Pénzcsörgető”: a gyerekek csukott szemmel hallgatják, ahogy egy tálba pénzérmeget ejtünk; „Mennyi a tálban lévő pénzérmegek összege?”, „Milyen értékű pénzeket csörgettünk, ha összesen 15 Ft van a tálban?”
- Mennyiség megmaradásának vizsgálata, például különböző alakú üvegekbe öntögetéssel
- Darabszám megmaradásának vizsgálata, például ugyanannyi korong sűrűn egymás mellett és széthúzva; ugyanannyi korong rendezetlen és rendezett alakzatban
- Mennyiségekkel, darabszámokkal kapcsolatos megfigyelések párosítással, összeméréssel a környezetünkben, például „Miből van több? Székből vagy gyerekből? Széklábból vagy asztallábból?”, „Jut-e mindenkinek lufi, pohár, szívószál, csákó?”, „Melyik sál hosszabb?”
- Párkereső (2-es, 3-as, 4-es pár) valahányasával előre becsomagolt apró tárgyakkal, az „ugyanannyik” elnevezése
- „Keveredj! Állj meg! Csoportosulj!” játék
- Játék dominókkal, például csapni kell arra, amelyiken összesen 7 pötty van
- Gyorsolvasások tárgyképekkel, „pöttyöskártyákról”
- „Bontó gép” készítése sajtos és fogkrémes dobozból: a felső nyílásán bedobott apró tárgyakkal (például babszemekkel) megjelenített számot a belsejében lévő elválasztók segítségével felbontja kisebb számokra
- „Korongforgatás”: belső kép kialakítása a számok kétfelé bontásáról, például 6 kék korong és 0 piros, jobb szélső korong megfordítása, 5 kék korong és 1 piros, és így tovább
- Szönyegezések színes rudakkal

#### **Témakör: Számlálás, becslés**

**ÓRASZÁM: 6 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- megszámol és leszámol a 20-as számkörben; oda-vissza számlálás
- ismeri a következő becslési módszereket: közelítő számlálás, közelítő mérés

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Meg- és leszámolások egyesével
- Meg- és leszámolások valahányasával, például kettesével, tízesével, ötösével, négyesével, hármassal oda-vissza 20-as számkörben eszközökkel (például: hétköznapi tárgyak, abakusz, pénz)
- Tapasztalatszerzés darabszámok, mennyiségek becslésével kapcsolatban, 20-as számkörben
- Becslés szerepének megismerése

#### **FOGALMAK**

számlálás, becslés

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Hétköznapi helyzetekben történő becslések, mérés számlálással, például „Hány lépés a tanteremtől az ebédlő?”, „Hány evőkanál egy tányér leves?”, „Hány harapással lehet megenni egy almát?”
- Oda-vissza számlálás közben periodikus mozdulatok, például taps elöl, taps fent, taps hátul, ugrás, dobbantás

- „Lépj hozzám!” játékos feladat: a játékvezető a kör közepén áll, és egyesével kéri a játékosokat, hogy lépjenek hozzá egyforma lépésekkel, és fogjanak vele kezét, például „Anna, lépj hozzám 5 egyforma lépéssel!”
- Tevékenységek madzagra fűzött színes gyöngyökkel, például „Húzz külön adott számú gyöngyöt minél gyorsabban!”, „Készíts négy egyforma csoportot!”; a felfűzés lehet összevissza vagy kettesével, ötösével, ... csoportosítva, 10-es, 20-as számkörben tetszőlegesen megválasztott számú gyönggyel
- Gyufaskatulyákban apró dolgok (például csavarok) számának becslése rázogatással
- Lük
- dominó

### **Témakör: Számok rendezése**

**ÓRASZÁM: 6 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- nagyság szerint sorba rendez számokat, mennyiségeket;
- megtalálja a számok helyét, közelítő helyét egyszerű számegyenesen, a számegyenesnek ugyanahhoz a pontjához rendeli a számokat különféle alakjukban, a 20-as számkörben;
- megnevezi a 20-as számkör számainak egyes, szomszédjait

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Számok nagyság szerinti összehasonlítása bontott alakban is: melyik nagyobb, mennyivel nagyobb
- Mennyiségi viszonyok jelölése nyíllal vagy a  $<$ ,  $>$ ,  $=$  jelekkel
- Sorszámok ismerete, alkalmazása
- Számvonal, számegyenes alkotása, rajzolása, a számok helyének jelölésével 20-as számkörben
- Leolvasások a számegyenesről tanítói segítséggel
- Számok, műveletes alakban megadott számok (például:  $2+3$ ;  $10-3$ ) helyének megkeresése a számegyenesen 20-as számkörben
- Számok, mennyiségek nagyság szerinti sorba rendezése
- Számok egyes, tízes szomszédainak ismerete, megnevezése 20-as számkörben

#### **FOGALMAK**

sorszám, számegyenes, számtábla, nagyobb, kisebb, növekedés, csökkenés, egyes számszomszéd, tízes számszomszéd

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Ugróiskolába tetszőleges számok írása, a számokon növekvő, majd csökkenő sorban végigugrálás
- Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket növekvő vagy csökkenő sorrendben
- Számvonal alkotása, például különféle színű gyufaskatulyákból, gyöngyökből
- Korongszámegyenes készítése (pirosak és kékek 5-ös vagy 10-es váltakozásban)
- Lépkedések különféle, változatosan alkotott számvonalakon
- Sorszámok alkalmazása versenyek eredményhirdetésekor
- Sorszámok húzása várakozáshoz, például ki hányadik sorát olvassa egy versnek

### **Témakör: Számok tulajdonságai**

**ÓRASZÁM: 9 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- számokat jellemez tartalmi és formai tulajdonságokkal;
- számot jellemez más számokhoz való viszonyával;
- ismeri a római számjelek közül az I, V, X jeleket, hétköznapi helyzetekben felismeri az ezekkel

képzett számokat.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- helyesen írja az arab számjeleket.

**FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Számok kifejezése művelettel megadott alakokban, például:  $7+8$ ,  $21-6$ ,
- Párosság és páratlanság fogalmának alapozása tevékenységgel: párosítással és két egyenlő részre osztással
- Hármásával, négyesével, ötösével... és 3, 4, 5... egyenlő darabszámú csoportból kirakható számok megfigyelése különféle eszközökkel végzett csoportosítások, építések során
- Számok közti viszonyok megfigyelése, például: adott számnál nagyobb, kisebb valamennyivel, adott számnak a többszöröse
- Számok formai tulajdonságainak megfigyelése: számjegyek száma, számjegyek egymáshoz való viszonya
- Számok tartalmi, formai jellemzése, egymáshoz való viszonyuk kifejezése kitalálós játékokban
- Számjelek olvasása, írása

**FOGALMAK**

számjegy; egyjegyű, kétjegyű számok; páros, páratlan

**JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Bontó gép” készítése sajtos és fogkrémes dobozból
- Gyorsolvasási gyakorlatok meglévő kártyákról vagy a gyerekek saját készítésű számképeiről, pöttyökártyáiról
- „Korongforgatás”
- Szönyegezések színes rudakkal

**Témakör: Számok helyi értékes alakja**

**ÓRASZÁM: 5 óra**

**TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- érti a számok tízesekből és egyesekből való épülését, tízesek és egyesek összegére való bontását;
- érti a számok számjegyeinek helyi, alaki, valódi értékét;
- helyesen írja és olvassa a számokat a tízes számrendszerben 20-ig.

**FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Csoportosítások, valahányasával különféle eszközökkel, például apró tárgyakkal, tojástartóval, színes rudakkal, pénzekkel, abakusszal
- Mérések különböző egységekkel
- Számok tízesekre és egyesekre bontott alakjainak előállítása és felismerése csak helyi érték szerint rendezett alakban
- Számok írása, olvasása számrendszeres, azaz helyi értékes alakjukban, 20-as számkörben

**FOGALMAK**

csoportosítás, beváltás, bontott alak, tízes, egyes

**JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Adott számosságú apró dolog csomagolása csoportmunkában
- Adott számosságú apró dolog csomagolása csoportmunkában hármásával
- Csomagolások átlátszatlan és átlátszó csomagolással
- Csoportosítások rajzolt képeken
- Játék logikai készlettel: csoportosítás
- Lük

**Témakör: Mérőeszköz használata, mérési módszerek**

**ÓRASZÁM: 10 óra**

**TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- megbecsül, mér alkalmi és szabványos mértékegységekkel hosszúságot, tömeget, űrtartalmat és

időt;

- helyesen alkalmazza a mérési módszereket, használ skálázott mérőeszközöket, helyes képze van a mértékegységek nagyságáról;
- helyesen használja a hosszúságmérés, az űrtartalom mérés és a tömeg mérés szabványegységei közül a következőket: m; l; kg;
- ismeri az idő mérés szabványegységeit: az órát, a napot, a hetet, a hónapot, az évet;
- ismer hazai pénzcímleteket 20-as számkörben;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Változatos mennyiségek érzékszervi összehasonlítása
- Változatos mennyiségek közvetlen összemérése
- Mérési módszerek megismerése
- Mennyiségek becslése, megmérése, kimérése választott alkalmi egységekkel, például: arasz, lépés, pohárnyi, kanálnyi, tenyérnyi
- Mennyiségek becslése, megmérése, kimérése választott objektív egységekkel, például: pálcikák, színes rudak
- Tapasztalatszerzés a mennyiségről
- Mérőszám fogalmának megértése
- Mennyiségek összehasonlítása; mennyivel nagyobb mennyiség, mennyivel kisebb mennyiség
- Mennyiségek becslése, megmérése, kimérése szabványmértékegységek közül a következőkkel: m; l; kg
- Hétköznapi tapasztalatok szerzése a szabványmértékegységek nagyságáról
- Szabványos mérőeszközök használata
- Időbeli tájékozódás, időbeli periódusok megismerése; időbeli relációt tartalmazó szavak értelmezése
- Az idő mérés egységeinek megismerése: óra,
- Egész órák leolvasása különféle analóg és digitális órákról
- Különböző hazai pénzek címleteinek megismerése 20-as számkörben, szituációs játékokban

#### **FOGALMAK**

összehasonlítás, mérés, mérőeszköz, mérőszám, mértékegység, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő, m, l, kg, óra, nap, hét, hónap, év

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Különböző hangok összehasonlítása, például „Melyik hang hosszabb-rövidebb, magasabb-mélyebb, hangosabb-halkabb?”
- Különböző tömegű tárgyak, gyümölcsök, gesztenyék tömegének összehasonlítása érzésre két kézzel, majd ellenőrzése vállfamérleggel
- Vállfamérleg és színes rudak segítségével különböző tömegek összemérése, a kettő közti különbség meghatározása
- Hosszúság mérése arasszal, lépéssel, tyúklépéssel
- Hosszúság mérése egyforma pálcikákkal, egyforma színes rudakkal

#### **Témakör: Alapműveletek értelmezése**

**ÓRASZÁM: 10 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- helyesen értelmezi a 20-as számkörben az összeadást, a kivonást,
- hozzákapcsolja a megfelelő műveletet adott helyzethez, történéshez, egyszerű szöveges feladathoz;
- értelmezi a műveleteket megjelenítéssel,
- helyesen használja a műveletek jeleit;
- megérti a következő kifejezéseket: tagok, összeg, kisebbítendő, kivonandó, különbség,
- szöveges feladatokban a különböző kifejezésekkel megfogalmazott műveleteket megérti;
- szöveget, ábrát alkot matematikai jelekhez, műveletekhez.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- helyesen használja a műveletek jeleit;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Összeadás és kivonás értelmezései darabszám és mérőszám tartalommal valóságos helyzetekben, tevékenységekkel, képpárokkal, képekkel, történetekkel
- Összeadás, kivonás értelmezése, mint hozzáadás és elvétel
- Összeadás, kivonás értelmezése, mint egyesítés, és mint az egészből az egyik rész meghatározása
- Összeadás, kivonás értelmezése, mint összehasonlítás: valamennyivel kevesebb, valamennyivel több
- Kivonás értelmezése, mint különbség kifejezése
- Egyenlővé tevés tevékenységekkel és számokkal
- Történésről, kirakásról, képről többféle művelet értelmezése, leolvasása, lejegyzése
- Műveletről kirakás, kép, szöveges feladat készítése; műveletek eljátszása, lerajzolása, szöveggel értelmezése
- Szöveges feladatokban a különböző kifejezésekkel megfogalmazott műveletek megértése tanítói segítséggel

#### **FOGALMAK**

összeadás, kivonás, összeg, különbség, egyenlő részekre osztás, művelet

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Az összeadás, kivonás többféle értelmezésének lejátszása konkrét dolgokkal, például gyümölcsökkel, virágokkal, gesztenyékkel
- Összeadás, kivonás kirakása univerzális modellekkel (például ujjakkal), korongokkal, színes rudakkal
- Egyesítéses összeadás értelmezéséhez tárgyak mérése színes rudakkal, kupakkal vállfamérlegen
- Hozzátevésekes összeadás lejátszása játéktáblán való lépegetéssel
- Valós dolgok számának megállapítása, például azonos állatok lábainak száma
- Egyenlő részekre osztás lejátszása, például süteményekkel, cukorkákkal, korongokkal
- „Feladatküldés”: műveletről rajz, szöveg készítése
- Összeadás, kivonás korongok segítségével

### **Témakör: Alpműveletek tulajdonságai**

**ÓRASZÁM: 8 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- számolásaiban felhasználja a műveletek közti kapcsolatokat, számolásai során alkalmazza konkrét esetekben a legfontosabb műveleti tulajdonságokat;
- alkalmazza a műveletekben szereplő számok (kisebbitendő, kivonandó és különbség; tagok és összeg;) változtatásának következményeit.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Műveleti tulajdonságok megfigyelése változatos tevékenységek alapján: tagok, tényezők felcserélhetősége, csoportosíthatósága; összeg, különbség
- A megértett műveleti tulajdonságok alkalmazása számolási eljárásokban, szöveges feladatokban, ellenőrzésnél
- Hiányos műveletek és művelet sorok megoldása az eredmény ismeretében 20-ig
- Műveletekben szereplő számok változtatása közben az eredmény változásának megfigyelése

#### **FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Szőnyegezések színes rudakkal
- „Babos” játék összeadások és kivonások közti kapcsolatok megértéséhez. Például a tanuló bal kezében 5 babszem van, jobb kezében 6; bal és jobb kéz egymás mellé téve „5+6 az ugyanannyi, mint 11”, a két kéz keresztbe téve „6+5 az 11”, a bal kéz hátra téve „11-5 az 6”, bal kéz

visszahozása után a jobb kéz hátra téve „11-6 az 5”

### **Témakör: Szóbeli számolási eljárások**

**ÓRASZÁM: 12 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- alkalmazza a számolást könnyítő eljárásokat;
- elvégzi a feladathoz szükséges észszerű becslést, mérlegeli a becslés során kapott eredményt;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Számolási eljárások a műveletek értelmezései alapján 20-as számkörben
- Számolási eljárások szám- és műveleti tulajdonságok felhasználásával 20-as számkörben
- Bontások és pótlások alkalmazása
- Tízestlépéses összeadás, kivonás bontások és 10-re pótlások alkalmazásával
- 10 és 20 közötti számok és egyjegyűek összeadása, kivonása a 10-nél kisebb számokra vonatkozó összeadással, kivonással való analógia alapján
- hozzáadása, elvétele
- Különböző számolási eljárások megismerése és a tanuló számára legkézenfekvőbb kiválasztása, begyakorlása,

#### **FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Mérőszalagon számok hozzáadása és elvétele színes rudak tetszőleges számhoz való hozzáillesztésével, például sötétkék színes rúddal 9 hozzáadása és elvétele; az analógiák megfigyelése
- Egyenlő tagok összeadása ujjak segítségével
- „Hány ujjadat fogom? Hány ujjadat nem fogom?” játékos feladat párban
- Számképek felidézése, számok különböző tagolásainak megválasztása számolási eljárások során
- Tojástartóval a 10-re pótlás és tízesátlépés lejátszása

### **Témakör: Fejben számolás**

**ÓRASZÁM: 15 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- fejben pontosan összead és kivon a 20-as számkörben;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Fejben számolás egyes lépéseinek megértése, begyakorlása eszközökkel; az eszközök szükség szerinti használata feladatok megoldása során
- Fejben számolás 20-as számkörben

#### **FOGALMAK**

kerek tízes

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Boltos játék”
- „Számfuttatás” játék
- Láncszámolások
- Egy képről többféle művelet olvasása

### **Témakör: Alkotás térben és síkon**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- szabadon épít, kirak formát, mintát adott testekből, síklapokból;

- sormintát folytat;
- alkotásában követi az adott feltételeket;
- síkidomokat felismer
- szimmetrikus alakzatokat hoz létre térben, síkban különböző eszközökkel; felismeri a szimmetriát valóságos dolgokon, síkbeli alakzatokon.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Építés térbeli építőelemekből, testekből szabadon, másolással, megadott feltétel szerint
- Síkbeli alkotások szabadon, másolással, megadott feltétel szerint: kirakások mozaiklapokkal, nyírás, tépés, hajtogatás, alakzatok határvonalainak elkészítése pálcákból, rajzolás (szabad kézzel, vonalzóval, alaklemezzel)
- Sorminták, terülminták kirakása és folytatása síkban, térben
- Szimmetrikus alakzatok létrehozása térben és síkban (például: építéssel, kirakással, nyírással, hajtogatással, festéssel), és szükség szerint a szimmetria meglétének ellenőrzése választott módszerrel (például: tükör, hajtogatás)

#### **FOGALMAK**

Szimmetrikus

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Színes rudakból, legóból, építőkockákból, dobozokból, hengerekből (például vécépapír guriga) városépítés, várépítés
- Kirakások mozaiklapokból, logikai készlet elemeiből
- Rövid ideig látott képről másolat készítése a vizuális memória fejlesztésére
- „Telefonos játék”
- Terítő, hópehely készítése hajtogatott papírból való nyírással
- Háromszögek, négyszögek nyírása egy egyenes vonal mentén, a keletkező síkidomok számának és alakjának vizsgálata

### **Témakör: Alakzatok geometriai tulajdonságai**

**ÓRASZÁM: 6 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- megkülönböztet, azonosít egyedi konkrét látott, hallott, mozgással, tapintással érzékelhető tárgyakat, dolgokat, helyzeteket, jeleket;
- személyek, tárgyak, dolgok, szavak, számok közül kiválogatja az adott tulajdonsággal rendelkező összes elemet;
- két meghatározott tulajdonság egyszerre történő figyelembevételével szétválogat adott elemeket: tárgyakat, személyeket, szavakat, számokat, alakzatokat;
- megkülönbözteti és szétválogatja szabadon választott vagy meghatározott geometriai tulajdonságok szerint a gyűjtött, megalkotott testeket, síkidomokat;
- megnevezi a sík és görbült felületeket, az egyenes és görbe vonalakat, szakaszokat tapasztalati ismeretei alapján;
- megnevezi a háromszögeket, négyszögeket, köröket;
- megkülönböztet tükrösen szimmetrikus és tükrösen nem szimmetrikus síkbeli alakzatokat;

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- különbséget tesz testek és síkidomok között;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Válogatások előállított vagy megadott testek között szabadon
- Testek és síkidom modellek megkülönböztetése
- Testek jellemző tulajdonságainak keresése, megfigyelése, megnevezése: sík vagy görbe felületek, „lyukas – nem lyukas”, „tömör”, „bemélyedése van”, „tükrös”
- Válogatások előállított vagy megadott síkidomok között szabadon
- Síkbeli alakzatok jellemző tulajdonságainak keresése, megfigyelése, megnevezése: egyenes vagy görbe határvonalak, „lyukasság”, „tükrösség”

- Háromszögek, négyszögek, körlapok felismerése, kiválogatása, megnevezése

#### **FOGALMAK**

test, síkbeli alakzat; sík, görbe felület; egyenes, görbe vonal; oldal, lap, körlap, háromszög, négyszög, téglalap, négyzet

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Olyan tárgycsoportban végzett válogatás, ami lehetőséget ad több szempont szerinti válogatásra (például: anyaguk szerint, színük szerint, alakjuk szerint); a figyelem ráirányítása a tárgyak alakja szerinti válogatásokra
- Különbőféle hétköznapi tárgyak körülrajzolása, például plüssmackó, gumilabda, olló, dobókocka, kulcs; a körülrajzolások tapasztalatainak megbeszélése
- Kakuktkojásjátékok, felismerő játékok, párkereső játékok kézbe fogható tárgyakkal, testekkel; letakart tárgyakkal, testekkel „vakon” tapogatva; hétköznapi tárgyokról készült fotókkal
- Kakuktkojásjátékok, felismerő játékok, párkereső játékok kézbe fogható síkidomokkal
- Négyszögek készítése szívószálból, annak megfigyelése, hogy az oldalak hosszúsága nem határozza meg az alakot
- Szöges táblán alakzatok kifeszítése gumikarikával megadott minta alapján vagy megadott feltétel szerint

#### **Témakör: Transzformációk**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- tapasztalattal rendelkezik mozgással, kirakással a tükörkép előállításáról;
- szimmetrikus alakzatokat hoz létre térben, síkban különböző eszközökkel; felismeri a szimmetriát valóságos dolgokon, síkbeli alakzatokon;
- ellenőrzi a tükrözés helyességét tükör vagy másolópapír segítségével;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Szimmetriák, tükörképek megfigyelése a természetes és az épített környezetben térben és síkban
- Tárgyak, építmények, képek tükörképének megfigyelése térben, síkban tükör segítségével
- Síkbeli alakzatok tükörtengelyeinek keresése tükörrel, hajtogatással

#### **FOGALMAK**

tükörkép, tükörtengely,

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Tükörjáték” során a pár egyik tagja az eredeti, a másik pedig a tükörkép
- Építések, mozgatások úgy, hogy a két kéz egyszerre ugyanazt csinálja egymás tükörképéent
- Papírlap egyik oldalára festékpaca nyomása, a papír másik felének ráhajtása, a papír szétnyitása
- Összehajtott papírból alakzat kivágása

#### **Témakör: Tájékozódás térben és síkon**

**ÓRASZÁM: 8 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- helyesen használja az irányokat és távolságokat jelölő kifejezéseket térben és síkon;
- tájékozódik lakóhelyén, bejárt terepen: bejárt útvonalon visszatalál adott helyre, adott utca és házszám alapján megtalál házat;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Irányokat, távolságokat jelölő szavak jelentésének megismerése térben és síkban tevékenységekkel és játékos szituációkkal
- Tájékozódást segítő játékok, tevékenységek nagymozgásokkal
- Útvonalak bejárása utánzással; az útvonal tudatosítása
- Bejárt útvonal újrajrása emlékezetből
- Téri tájékozódás mozgással, tárgyak mozgásával



- Függőleges és vízszintes síkon való tájékozódás tárgyak elhelyezésével, mozgatásával, például „fölé”, „alá” többféle értelmezése
- Térbeli és síkbeli elhelyezkedést kifejező szavak jelentésének megismerése játékos tevékenységekkel
- Irány és állás megfigyelése, követése az olvasáshoz, íráshoz kapcsolódva

#### **FOGALMAK**

jobb, bal, le, fel, előtte, mögötte, mellette, kint, bent, előre, hátra, távolabb, közelebb

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Hideg-meleg” játék kincskeresésre
- Irányokat jelölő szavak értelmezése térben és síkon, például tolltartó helyezése a szék mellé balra, jobbra, fölé, alá úgy, hogy a székhez nem nyúlunk; majd ceruza helyezése a füzet mellé balra, jobbra, fölé (!), alá (!) úgy, hogy a füzethez nem nyúlunk
- Tájékozódás a babaházban: jobbra, balra, előre, hátra, fel, le; tájékozódás labirintusban és négyzethálós mintákon: jobbra, balra, előre, hátra, fel, le; tájékozódás vonalrendszerbe rajzolt házban és a ház „utcájában”: jobbra, balra, előre, hátra, fel, le
- „Telefonos” játék logikai lapokkal, mozaiklapokkal, színes rudakkal
- „Különbségkereső” játék párban: két tanuló hátára ragasztott egy-egy kép közötti különbségek megtalálása

#### **Témakör: Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése**

**ÓRASZÁM: 9 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- részt vesz memóriajátékokban különféle tulajdonságok szerinti párok keresésében;
- megfogalmazza a személyek, tárgyak, dolgok, időpontok, számok, testek, síklapok közötti egyszerű viszonyokat, kapcsolatokat;
- összefüggéseket keres sorozatok elemei között;
- megadott szabály szerint sorozatot alkot;
- tárgyakkal, logikai készletek elemeivel kirakott periodikus sorozatokat folytat;
- elsorolja az évszakokat, hónapokat, napokat, napszakokat egymás után, tetszőleges kezdőponttól is;
- felismer kapcsolatot elempárok, elemhármak tagjai között;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Adott viszonyban lévő, adott összefüggésnek megfelelő párok keresése
- Személyek, tárgyak, dolgok, számok, testek, síklapok között megjelenő kapcsolatok megfigyelése, felfedezése
- Számpárok, számhármak közötti kapcsolatok felfedezése, jellemzése
- A problémákban szereplő adatok viszonyának felismerése, például: időrend, nagyságviszonyok, változások, egyenlőségek
- Megfigyelt kapcsolatok megfordítása, például Anna alacsonyabb, mint Berci, Berci magasabb, mint Anna
- Változó helyzetek megfigyelése, a változás jelölése nyíllal
- Sorozatok képzése tárgyakkal, mozgással, hanggal, valamilyen logikai készlet elemeivel, számokkal
- Összefüggések keresése egyszerű sorozatok elemei között
- Sorozat alkotása közösen értelmezett szabály szerint
- Tárgyakkal, logikai készletek elemeivel kirakott egyszerű periodikus sorozatok folytatása
- A mindennapi életünkből jól ismert periódusok megfigyelése: évszakok, hónapok, hetek napjai, napszakok
- Elkezdett sorozatok, táblázatok egyszerű szabályának felismerése

#### **FOGALMAK**

szabály, sorozat, számsorozat, növekvő, csökkenő, kapcsolat, számpár, számhármak

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Kakukktojás-kereső játékok
- „Mi változott?” játék
- Ismétlődő mozgásos cselekvések, például tapsolás, dobolás, dobbantás, koppantás, ugrás, guggolás, tapsolás, dobolás, dobbantás, koppantás, ugrás, guggolás...
- Alakzatokkal kirakott periodikus sorozat lejátszása, például 2 háromszög, 1 kör ismétlődik; a háromszögre tapsolunk, a körre dobbantunk
- Ismétlődő ritmusjelek letapsolása
- Kapcsolatok megfigyelése oda-vissza, például: szülő-gyerek, testvér, osztálytárs; alacsonyabb, magasabb, egyforma magas; idősebb, fiatalabb, ugyanannyi idős
- Több gyerek közötti kapcsolati háló megjelenítése rámutatással; a mutató lejegyzése nyilakkal; például mindenki mutasson az idősebbre

## **Témakör: Adatok megfigyelése**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- adatokat gyűjt a környezetében;

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Minőségi és mennyiségi tulajdonsággal kapcsolatos adatok megfigyelése, gyűjtése, rögzítése

### **FOGALMAK**

adat

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Tornasor” játék: a tanulók oszlopokba rendeződnek valamilyen szempont szerint, például ki melyik hónapban, évszakban született; mekkora a lábmérete, kisujj mérete; hány betűből áll a neve
- Versenyek eredményének feljegyzése, például „Ki tud több gyufaszálat egyesével felvenni a földről egy perc alatt?”; a versenyzők eredményének rögzítése négyzethálós papíron

## **Témakör: Valószínűségi gondolkodás**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- részt vesz olyan játékokban, kísérletekben, melyekben a véletlen szerepet játszik;
- tapasztalatai alapján különbséget tesz a „biztos”, „lehetetlen”, „lehetséges, de nem biztos” események között;
- megítéli a „biztos”, „lehetetlen”, „lehetséges, de nem biztos” eseményekkel kapcsolatos állítások igazságát;
- tapasztalatai alapján tippet fogalmaz meg arról, hogy két esemény közül melyik esemény valószínűbb olyan, véletlentől függő szituációk során, melyekben a két esemény valószínűsége között jól belátható a különbség;

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Részvétel valószínűségi játékokban; intuitív esélylatolgatás, tippek megfogalmazása
- Valószínűségi kísérletek végzése, események megfigyelése
- Játékos tapasztalatszerzés a véletlenről, a biztosról és a lehetetlenről
- „Biztos”, „lehetséges, de nem biztos” és „lehetetlen” események megfigyelése kísérletek során

### **FOGALMAK**

véletlen; „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” esemény; tipp

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Kukás” játékok
- „Macska-egér harc” játék: 20 mezőből álló pályán haladnak a bábuk, az egér indul, 1-2-3-4-es dobásokra haladhat a dobott értéknek megfelelően, a macska pedig 5-6-os dobásra; utoléri-e a macska az egeret, mielőtt az egér a 20-as mezőn lévő egérlyukba ér?
- „Teknős és nyúl” játék: 20 mezőből álló pályán haladnak a „versenyzők”; teknős 1-2-3-4-es

dobásra mozdul, nyúl 5-6-ra; az nyer, aki hamarabb ér célba

- Típpelős feladat: a tanulók házi kedvencei nevének felírása cetlikre; fajonkénti csoportosításuk (kutya, macska, akvárium stb.); a csoportosítás alapján oszlopdiagram készítése; a cetlik kalapba gyűjtése, majd húzás a kalapból; húzás előtt az oszlopdiagram jellemzőinek figyelembevételével tippelés, hogy milyen állat nevét húzzuk majd ki a kalapból.

### A fejlesztés várt eredményei az 1. évfolyam végén, tantárgyi minimum

<b>1. Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata</b>	-válogatásokat végez saját szempont szerint személyek, tárgyak, dolgok, számok között -folytatja a megkezdett válogatást felismert szempont szerint -megfogalmaz adott halmazra vonatkozó állításokat -megítéli, hogy adott halmazra vonatkozó állítás igaz-e vagy hamis
<b>2. Rendszerezés, rendszerképzés</b>	-adott elemeket elrendez választott és megadott szempont szerint is -sorba rendezett elemek közé elhelyez további elemeket a felismert szempont szerint
<b>3. Állítások</b>	-tudatosan emlékezetébe vés szavakat, számokat, utasítást, adott helyzetre vonatkozó megfogalmazást -hiányos állításokat igazzá tevő elemeket válogat megadott alaphalmazból -példákat gyűjt konkrét tapasztalatai alapján matematikai állítások alátámasztására
<b>4. Problémamegoldás</b>	-a tevékenysége során felmerülő problémahelyzetben megoldást keres -az értelmezett problémát megoldja -megoldását értelmezi, ellenőrzi
<b>5. Szöveges feladatok megoldása</b>	- értelmezi, elképzei, megjeleníti a szöveges feladatban megfogalmazott hétköznapi szituációt -szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémát megold matematikai ismeretei segítségével -tevékenység, ábrarajzolás segítségével megold egyszerű, következtetési szöveges feladatokat -az értelmezett szöveges feladathoz hozzákapcsol jól megismert matematikai modellt -választ fogalmaz meg a felvetett kérdésre
<b>6. Szám és valóság kapcsolata</b>	- helyesen alkalmazza a feladatokban a több, kevesebb, ugyanannyi fogalmakat 20-as számkörben -helyesen érti és alkalmazza a feladatokban a „valamennyivel” több, kevesebb fogalmakat
<b>7. Számlálás, becslés</b>	- megszámlál és leszámlál adott (alkalmilag választott vagy szabványos) egységgel meg- és kimér, oda-vissza számlál a 20-as számkörben
<b>8. Számok rendezés</b>	-nagyság szerint sorba rendez számokat, mennyiségeket -megadja és azonosítja számok sokféle műveletes alakját -megtalálja a számok helyét számegyenesen, a számegyenesnek ugyanahhoz a pontjához rendeli a számokat különféle alakjukban, a 20-as számkörben -megnevezi a 20-as számkör számainak egyes szomszédjait
<b>9. Számok tulajdonságai</b>	- számokat jellemez tartalmi és formai tulajdonságokkal - helyesen írja az arab számjeleket - ismeri a római számjelek közül az I, V, X jeleket
<b>10. Számok helyi értékes alakja</b>	- érti a számok tízesekből és egyesekből való épülését, tízesek és egyesek összegére való bontását - helyesen írja és olvassa a számokat a tízes számrendszerben 20-ig

<b>11. Mérészköz használata, mérési módszerek</b>	- helyesen használja a hosszúságmérés, az űrtartalom mérés és a tömegmérés szabványegységei közül a következőket: m, dm, dl, l, kg - ismeri az időmérés szabványegységeit: az órát, a napot, a hetet, a hónapot, az évet
<b>12. Alapműveletek értelmezése</b>	- helyesen értelmezi a 20-as számkörben az összeadást, a kivonást - hozzákapcsolja a megfelelő műveletet adott helyzethez, történéshez, egyszerű szöveges feladathoz - helyesen használja a műveletek jeleit
<b>13. Alapműveletek tulajdonságai</b>	- számolásaiban felhasználja a műveletek közti kapcsolatokat, számolásai során alkalmazza konkrét esetekben a legfontosabb műveleti tulajdonságokat - megold hiányos műveletet, műveletsort az eredmény ismeretében, a műveletek megfordításával is
<b>14. Szóbeli számolási eljárások</b>	- alkalmazza a számolást könnyítő eljárásokat
<b>15. Fejben számolás</b>	- fejben pontosan összead és kivon a 20-as számkörben
<b>16. Alkotás térben és síkon</b>	-szabadon épít, kirak formát, mintát adott testekből, síklapokból - minta alapján létrehoz térbeli, síkbeli alkotásokat - sormintát, síkmintát felismer, folytat
<b>17. Alakzatok geometriai tulajdonságai</b>	-megkülönböztet, azonosít egyedi konkrét látott, hallott, mozgással, tapintással érzékelhető tárgyakat, dolgokat, helyzeteket, jeleket -megnevezi a sík és görbült felületeket, az egyenes és görbe vonalakat, szakaszokat tapasztalati ismeretei alapján -megnevezi a háromszögeket, négyszögeket, köröket
<b>18. Transzformációk</b>	- tapasztalattal rendelkezik mozgással, kirakással a tükörkép előállításáról
<b>19. Tájékozódás térben és síkon</b>	-helyesen használja az irányokat és távolságokat jelölő kifejezéseket térben és síkon -tájékozódik lakóhelyén, bejárt terepen: bejárt útvonalon visszatalál adott helyre
<b>20. Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése</b>	- összefüggéseket keres sorozatok elemei között - tárgyakkal, logikai készletek elemeivel kirakott periodikus sorozatokat folytat - elsorolja az évszakokat, hónapokat, napokat, napszakokat egymás után, tetszőleges kezdőponttól is
<b>21. Adatok megfigyelése</b>	- adatokat gyűjt a környezetében
<b>22. Valószínűségi gondolkodás</b>	- tapasztalatai alapján tippet fogalmaz meg arról, hogy két esemény közül melyik esemény valószínűbb

### A tovább haladás feltételei az 1. évfolyam végén

<p>A tanuló képes 20-as számkörben</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- halmazokat összehasonlítani az elemek száma szerint;</li> <li>- halmazt alkotni;</li> <li>- állítások igazságtartalmának eldöntésére;</li> <li>- állítások megfogalmazására;</li> <li>- összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés megállapítására;</li> <li>- közös tulajdonság felismerésére, megnevezésére;</li> <li>- több, kevesebb, ugyanynyi fogalmának helyes használatára;</li> <li>- néhány elem sorba rendezésére próbálgatással;</li> <li>- számokat ír, olvas;</li> <li>- megtalálja a számok helyét a számegyenesen;</li> <li>- meghatározni az egyes, tízes számszomszédokat;</li> <li>- természetes számok nagyság szerinti összehasonlítására;</li> </ul>
---

- matematikai jelek: +, -, =, <, > ismerete, használata;
- képes összeadni, kivonni;
- képes szöveges feladat értelmezésére, megjelenítésére rajz segítségével, leírása számokkal, segítséggel
- megkülönböztetni a páros és páratlan számokat;
- növekvő és csökkenő számsorozatok folytatása;
- számpárok közötti kapcsolatok felismerése.
- ismeri az egyenes, görbe vonalakat;
- képes a test és a síkidom megkülönböztetésére;
- képes tájékozódni, ismeri az irányokat;
- ismeri a hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő fogalmak jelentését;
- a szabvány mértékegységeket ismer: m, l, kg, óra, nap, hét, hónap, év;
- mennyiségek közötti összefüggések felismerése;
- mérőeszközök használatára;
- közös tevékenységekben, csoportokban dolgozni, gondolkodni, társait segíteni, együttműködni;
- adatokról megállapításokat megfogalmazni.

## MÁSODIK ÉVFOLYAM

Témakör neve	óraszám
Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata	4
Rendszerezés, rendszerképzés	4
Állítások	4
Problémamegoldás	4
Szöveges feladatok megoldása	6
Szám és valóság kapcsolata	9
Számlálás, becslés	6
Számok rendezése	6
Számok tulajdonságai	9
Számok helyi értékes alakja	5
Mérőeszköz használata, mérési módszerek	10
Alapműveletek értelmezése	10
Alapműveletek tulajdonságai	8
Szóbeli számolási eljárások	12
Fejben számolás	15
Alkotás térben és síkon	4
Alakzatok geometriai tulajdonságai	6
Transzformációk	3
Tájékozódás térben és síkon	4
Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése	9
Adatok megfigyelése	3
Valószínűségi gondolkodás	3
Szabadon felhasználható, szabadon tervezhető óra témakörébe épül a differenciált fejlesztés, felzárkóztatás, tehetséggondozás, a játékos gyakorlás és az értékelés.	+36
<b>Összes óraszám:</b>	<b>180</b>

### **TÉMAKÖR: Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- halmazábrán elhelyez elemeket adott címkék szerint;
- adott, címkéssel ellátott halmazábrán elhelyezett elemekről eldönti, hogy a megfelelő helyre kerültek-e; a hibás elhelyezést javítja;
- talál megfelelő címkéket halmazokba rendezett elemekhez;
- megfogalmaz adott halmazra vonatkozó állításokat; értelemszerűen használja a „mindegyik”, „nem mindegyik”, „van köztük...”, „egyik sem...” és a velük rokon jelentésű szavakat;
- két szempontot is figyelembe vesz egyidejűleg;
- két meghatározott tulajdonság egyszerre történő figyelembevételével szétválogat adott elemeket: tárgyakat, személyeket, szavakat, számokat, alakzatokat;
- megfogalmazza a halmazábra egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket;
- megítéli, hogy adott halmazra vonatkozó állítás igaz-e vagy hamis.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Rész-egész viszonyának vizsgálata tevékenységekkel
- Adott elemek válogatása választott vagy megadott szempont szerint
- Elkezdett válogatás során létrejövő halmazelemek közös tulajdonságának felismerése, megnevezése; címkézés, a válogatás folytatása

- Megadott elemek egy tulajdonság szerinti kétfelé válogatása; a logikai „nem” használata a tulajdonság tagadására
- Halmazok képzése tagadó formában megfogalmazott tulajdonság szerint, például *nem piros*
- Konkrét tárgyak, készletek elemeinek halmazokba rendezése mozgásos tevékenységgel
- Elemek elhelyezése halmazábrában
- Tulajdonságok alapján igaz állítások megfogalmazása

#### **FOGALMAK**

tulajdonság, azonos, különböző, logikai „nem”

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Játék tanító által készített 3, 4 ábrás kártyakészlettel, tananyaghoz igazított tartalommal
- Játék tanító által készített logikai kártyacsomaggal
- „Kapuőr” útválasztó játék például: mozgással, logikai készletek elemeivel, számokkal, formákkal
- Logikai lapokból „kígyó” készítése, a szomszédos elemek között 1-2-3-4 eltérő tulajdonsággal
- Táblás stratégiai játék, logikai lapokkal
- Tanulók, tárgyak válogatása hulahoppkarikán belülre és kívülre
- Átlátszó dobozokba logikai készlet elemeinek válogatása; részhalmazra vezető válogatás esetén a dobozok egymásba helyezése tanulói ötlet alapján

### **TÉMAKÖR: Rendszerezés, rendszerképzés**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- sorba rendezett elemek közé elhelyez további elemeket a felismert szempont szerint;
- két, három szempont szerint elrendez adott elemeket többféleképpen is; segédeszközként használja a táblázatos elrendezést és a fadiagramot;
- megkeresi egyszerű esetekben a két, három feltételnek megfelelő összes elemet, alkotást;
- megfogalmazza a rendezés felismert szempontjait;
- megkeresi két, három szempont szerint teljes rendszert alkotó, legfeljebb 48 elemű készlet hiányzó elemeit, felismeri az elemek által meghatározott rendszert.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Különbféle logikai készletek esetén (teljes rendszert alkotó legfeljebb 24 elemnél) a hiány felismerése a rendszerező tevékenység elvégzése után
- Feltételeknek megfelelő alkotások felsorolása egyszerű esetekben: két feltétel esetén, kis elemszámú problémánál

#### **FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Királyos” játék logikai lapokkal párban: egy kiválasztott elem jelképezi a királyt; az egyik játékos olyan lapot választ, ami a királytól két tulajdonságban tér el, a másik játékosnak olyan lapot kell választania, ami a királytól és a társa által választott laptól is két-két tulajdonságban tér el; a következő körben szerepcseré; veszít, aki nem tud rakni
- Két szempont szerint elemek táblázatba rendezése, hiányzó elem megtalálása
- Piros-fehér-zöld csíkokból 3 sávós zászlók összeállítása
- Táncospárok, kézfogások szituációs játékokkal

### **TÉMAKÖR: Állítások**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- tudatosan emlékezetébe vés szavakat, számokat, utasítást, adott helyzetre vonatkozó

megfogalmazást;

- hiányos állításokat igazgá tevő elemeket válogat megadott alaphalmazból;
- egy állításról ismeretei alapján eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- ismeretei alapján megfogalmaz önállóan is egyszerű állításokat;
- példákat gyűjt konkrét tapasztalatai alapján matematikai állítások alátámasztására.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Konkrét, megfigyeléssel ellenőrizhető állítások igazságának eldöntése
- Egyszerű hiányos állítások kiegészítése igazgá vagy tévessé konkrét elemek, elempárok nevének, jelének behelyettesítésével, például személyek, tárgyak, színes rudak, formák

#### **FOGALMAK**

igaz-hamis

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Jancsi bohóc azt mondja, hogy...” játék: állítások értékelése tárcsával, például zöld (mosolygós fej), ha igaz, piros (szomorú fej), ha hamis
- „Mi kerülhet a dobozba?” játék: egy hiányos állítás változója egy doboz, amibe tárgyakat helyezve egészítjük ki a mondatot, majd döntünk az állítás igazságáról
- „Foltozós” feladat: lyukas papírcsík hiányos állítás, például „A hmm-hmm-nek négy lába van”; ha úgy helyezük a papírcsíkot, hogy a lyukon keresztül egy kutya képe látszik, akkor igaz az állítás, ha egy rigó képe látszik, akkor hamis

### **TÉMAKÖR: Problémamegoldás**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- az értelmezett problémát megoldja;
- a problémamegoldás során a sorrendben végzett tevékenységeket szükség szerint visszafelé is elvégzi;
- megoldását értelmezi, ellenőrzi;
- kérdést tesz fel a megfogalmazott probléma kapcsán;
- tevékenység, ábrarajzolás segítségével megold egyszerű, következtetési szöveges feladatokat;
- egy- és többszemélyes logikai játékokban döntéseit mérlegelve előre gondolkodik.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Tevékenységgel, megjelenítéssel értelmezett probléma megoldása
- Egy- és kétlépeses cselekvéssor, műveletsor elvégzése visszafelé is
- Ismert problémák, feladatok megoldása változatos formákban
- Részvétel egy- és többszemélyes logikai játékokban

#### **FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Visszaemlékezés korábbi történések egymásutánosságára a tanulók saját élményeivel kapcsolatban, játékok során vagy például az „Én elmentem a vásárba” című dal éneklésével
- Cselekvéssor visszafelé lejátszása, például: megfordítható napi tevékenységek végzése oda-vissza, útvonalak bejárása, visszatalálás
- Láncmesék lejátszása
- Mesékben valamely cselekvés, körülmény változtatása esetén a következmények átgondolása: „Mi lenne, ha ...”; Kalandválasztós történetek, például: Varró Dániel: Leprikónok átka
- Műveletsor lejátszása sorba állított dobozokba apró tárgyak pakolásával, majd a műveletsor lejátszása visszafelé
- Egyszerűbb táblás logikai, stratégiai játékok; kártyajátékok
- Logikai rejtvények egyszerűbb feladványai, például: sudoku (kisebb méretű, állatokkal, növényekkel...), Lakótelepi panoráma, futoshiki (több-kevesebb sudoku), binary sudoku



- LÜK
- Bingo

### **TÉMAKÖR: Szöveges feladatok megoldása**

**ÓRASZÁM: 6 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- értelmezi, elképzei, megjeleníti a szöveges feladatban megfogalmazott hétköznapi problémát
- szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémát megold matematikai ismeretei segítségével;
- tevékenység, ábrarajzolás segítségével megold következtetési, szöveges feladatokat;
- megkülönbözteti az ismert és a keresendő (ismeretlen) adatokat;
- megkülönbözteti a lényeges és a lényegtelen adatokat;
- az értelmezett szöveges feladathoz hozzákapcsol jól megismert matematikai modellt;
- a megválasztott modellen belül meghatározza a keresett adatokat;
- a modellen kapott megoldást értelmezi az eredeti problémára; arra vonatkoztatva ellenőrzi a megoldást;
- választ fogalmaz meg a felvetett kérdésre;
- önállóan értelmezi a hallott, olvasott matematikai tartalmú szöveget;
- nyelvi szempontból megfelelő választ ad a feladatokban megjelenő kérdésekre.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Elmondott szöveges feladatok értelmezése megjelenítése kirakásokkal
- Szöveges feladatok olvasása, értelmezése, eljátszása, megjelenítése kirakásokkal, rajzokkal
- Adatok gyűjtése, lényeges adatok kiemelése
- Kérdés értelmezése, a keresendő adatok azonosítása
- Szöveges feladatok megoldása
- Adatok és azok kapcsolatainak megjelenítése valamilyen egyszerűsített rajz, matematikai modell segítségével, például művelet, nyíldiagram, halmazábra, sorozat tanítói segítséggel
- Ismeretlen adatok meghatározása a modellen belül
- Megoldás értelmezése az eredeti problémára, és ellenőrzés a szöveg szerinti szituációban
- Nyelvi és matematikailag helyes válasz megfogalmazása
- Egy-, kétlépéses alpműveletekkel leírható szöveges feladatok megoldása tanítói segítséggel
- Szöveges feladatok alkotása hétköznapi szituációkhoz, képekhez, képpárokhoz, adott matematikai modellhez, számfeladathoz

#### **FOGALMAK**

szöveges feladat, adat, ismeretlen adat, információ, ellenőrzés, szöveges válasz

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Szöveges feladatról készült ábrák, rajzok összehasonlítása, értékelése; praktikus, de az értelmezést segítő ábrák gyűjtése
- „Feladatküldés”: csoportonként adott modellhez szöveges feladat alkotása, a feladat továbbadása másik csoportnak, akik visszaküldik a megoldást; a feladatírók ellenőrzik

### **TÉMAKÖR: Szám és valóság kapcsolata**

**ÓRASZÁM: 9 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- összehasonlít véges halmazokat az elemek száma szerint;
- helyesen alkalmazza a feladatokban a több, kevesebb, ugyanannyi fogalmakat 100-as számkörben;
- helyesen érti és alkalmazza a feladatokban a „valamennyivel” több, kevesebb fogalmakat;
- érti és helyesen használja a több, kevesebb, ugyanannyi relációkat halmazok elemszámával

kapcsolatban, valamint a kisebb, nagyobb, ugyanakkora relációkat a megismert mennyiségekkel (hosszúság, tömeg, űrtartalom, idő, terület, pénz) kapcsolatban 100-as számkörben;

- használja a kisebb, nagyobb, egyenlő kifejezéseket a természetes számok körében;
- helyesen használja a mennyiségi viszonyokat kifejező szavakat, nyelvtani szerkezeteket;
- megfelelő szókincset és jeleket használ mennyiségi viszonyok kifejezésére szóban és írásban.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- kis darabszámokat ránézésre felismer többféle rendezett alakban.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Mennyiségek (hosszúság, tömeg, terület, űrtartalom, idő, pénz) összemérése, összehasonlítása: kisebb, kevesebb, nagyobb, több, ugyanakkora, ugyanannyi
- Halmazok elemszám szerinti összehasonlítása párosítással (egy-egy értelmű leképezéssel): több, kevesebb, ugyanannyi relációk felismerése, megnevezése 100-as számkörben
- Mennyiségi viszonyok jelölése nyíllal vagy a  $<$ ,  $>$ ,  $=$  jelekkel
- Szám jelének hozzákapcsolása az ugyanannyi viszonyban lévő mennyiségekhez 100-as számkörben
- A mennyiségi viszonyok kifejezésére szolgáló szavak, jelek értése és használata szóban és írásban
- Számok tulajdonságainak vizsgálata cselekvő tapasztalatszerzés alapján
- Tapasztalatszerzés a 100-as számkör számainak mérőszámként való megjelenéséről (például: 28, 28 dl, 28 l, 28 kg; 64 tízes számszomszédjai, 64 cm, 60 cm-nél nagyobb és 70 cm-nél kisebb mennyiség; tízes csoportosítás érzékeltetése kirakással: 64 cm az 6 narancssárga rúd és 4 fehér kis kocka hosszúságú)

#### **FOGALMAK**

kisebb, nagyobb, ugyanakkora, több, kevesebb, ugyanannyi, párosítás, bontás

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Pénzcsörgető”: a gyerekek csukott szemmel hallgatják, ahogy egy tálba pénzérmeget ejtünk; „Mennyi a tálban lévő pénzérmekek összege?”, „Milyen értékű pénzereket csörgettünk, ha összesen 15 Ft van a tálban?”
- „Helyi értékes pénzcsörgető”: különböző hangot adó tálakba ejtjük az érmeget; az egyeseket az egyik tálba, a tízeseket a másikba, tetszőleges sorrendben
- Mennyiség megmaradásának vizsgálata, például különböző alakú üvegekbe öntögetéssel
- Darabszám megmaradásának vizsgálata, például ugyanannyi korong sűrűn egymás mellett és széthúzva; ugyanannyi korong rendezetlen és rendezett alakzatban
- „Keveredj! Állj meg! Csoportosulj!” játék
- Játék „pöttyöskártyával”, például memóriajáték többféle szabállyal (párt alkot az azonos számosságú, kettő különbségű, együtt 10-et adó)
- Lufik számának bontása két csapat között a lufik ütögetésével: két csapat a saját térfeléről lufikat ütöget a másik csapat térfelére; tapsra leállnak, megszámlálják, melyik térfélen hány lufi van

### **TÉMAKÖR: Számlálás, becslés**

**ÓRASZÁM: 6 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- megszámlál és leszámmlál; adott (alkalmilag választott vagy szabványos) egységgel meg- és kimér a 100-es számkörben; oda-vissza számlál kerek tízesekkel, százasokkal, ezresekkel;
- ismeri a következő becslési módszereket: közelítő számlálás, közelítő mérés, mérés az egység többszörösével; becslését finomítja újrabecsléssel.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Meg- és leszámmlálások egyesével
- Számlálás során az utolsó számnév hozzákapcsolása az összességhez
- Meg- és leszámmlálások valahányasával, például kettesével, tízesével, ötösével, négyesével, hármasával oda-vissza 100-as számkörben eszközökkel (például: hétköznapi tárgyak, abakusz, pénz) és eszközök nélkül

- Tapasztalatszerzés darabszámok, mennyiségek becslésével kapcsolatban 100-as számkörben
- Becslés szerepének, korlátainak megismerése
- Becslés során a korábbi tapasztalatok és a becslendő mennyiség tulajdonságainak figyelembevétele
- Becslés ellenőrzése párosítással, összeméréssel
- Becslések értékelése

### **FOGALMAK**

számlálás, becslés

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Számfuttatás” játék oda-vissza, tetszőleges számról indítva, tetszőleges „lépéssel”, például 60-tól 6-osával visszafelé
- Oda-vissza számlálás közben periodikus mozdulatok, például taps elöl, taps fent, taps hátul, ugrás, dobantás
- „Lépj hozzám!” játékos feladat: a játékvezető a kör közepén áll, és egyesével kéri a játékosokat, hogy lépjenek hozzá egyforma lépésekkel, és fogjanak vele kezét, például „Zsolt, lépj hozzám 24 egyforma lépéssel!”
- 12-es, 13-as... 16-os... 20-as gyűjtések; 30-nál nagyobb, de 100-nál kisebb darabszámú dolgok gyűjtése; 100-as gyűjtés apró tárgyakból leszámlálással és előrecsomagolt dolgok megszámlálásával
- Tevékenységek madzagra fűzött színes gyöngyökkel, például „Húzz külön adott számú gyöngyöt minél gyorsabban!”, „Készíts négy egyforma csoportot!”; a felfűzés lehet összevissza vagy kettesével, ötösével, ... csoportosítva, 100-as számkörben tetszőlegesen megválasztott számú gyönggyel
- Gyufaskatulyákban apró dolgok (például csavarok) számának becslése rázogatóssal

### **TÉMAKÖR: Számok rendezése**

**ÓRASZÁM: 6 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- nagyság szerint sorba rendez számokat, mennyiségeket;
- megadja és azonosítja számok sokféle műveletes alakját;
- megtalálja a számok helyét, közelítő helyét egyszerű számegyenesen, számtáblázatokban, a számegyenesnek ugyanahhoz a pontjához rendeli a számokat különféle alakjukban a 100-as számkörben;
- megnevezi a 100-es számkör számainak egyes, tízes szomszédjait, tízesekre kerekített értékét.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Sorszámok ismerete, alkalmazása
- Számvonal, számegyenes alkotása, rajzolása, a számok helyének jelölésével 100-as számkörben
- Számegyenes irányának, egységének megadása két szám kijelölésével
- Leolvasások a számegyenesről
- Számok, műveletes alakban megadott számok (például:  $20:2$ ,  $5 \cdot 2$ ) helyének megkeresése a számegyenesen 100-as számkörben
- Számok, mennyiségek nagyság szerinti sorba rendezése
- Számok helyének azonosítása számtáblázatokban
- Számok helyének azonosítása  $10 \times 10$ -es táblán (0–99-ig, valamint 1–100-ig)
- Számok változásának követése  $10 \times 10$ -es táblán (0–99-ig, valamint 1–100-ig)
- Számok egyes, tízes szomszédainak ismerete, megnevezése 100-as számkörben

### **FOGALMAK**

sorszám, számegyenes, számtábla, nagyobb, kisebb, növekedés, csökkenés, egyes számszomszéd, tízes számszomszéd

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Sorszámok alkalmazása versenyek eredményhirdetésekor

- Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például 1–20-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
- Gyufaskatulyákon számok 0–10-ig, mindben annyi csavar, amelyik szám rá van írva; a számokat lefordítjuk, a skatulyák tömege, rázogatója segítségével rendezzük növekvő, csökkenő sorrendbe a számokat
- „Vigyázz6!” játék
- Lépkedések 10×10-es táblán, nevezetes irányok megfigyelése
- Üres 10×10-es táblán néhány megadott szám segítségével bizonyos helyek azonosítása
- Számbarkochba „valaminél nagyobb”, „valaminél kisebb” kérdések segítségével

## **TÉMAKÖR: Számok tulajdonságai**

**ÓRASZÁM: 9 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- számokat jellemez tartalmi és formai tulajdonságokkal;
- számot jellemez más számokhoz való viszonyával;
- ismeri a római számjelek közül az I – XX-ig jeleket, hétköznapi helyzetekben felismeri az ezekkel képzett számokat.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- helyesen írja az arab számjeleket.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Számok kifejezése művelettel megadott alakokban, például:  $21-6$ ,  $3 \cdot 5$
- Pároság és páratlanság ismerete
- Hármásával, négyesével, ötösével... és 3, 4, 5... egyenlő darabszámú csoportból végzett csoportosítások
- Háromszögszámok, négyzetszámok megfigyelése különféle eszközökkel végzett alkotások során
- Számok közti viszonyok megfigyelése, például: adott számnál nagyobb, kisebb valamennyivel, adott számnak a többszöröse
- Számok formai tulajdonságainak megfigyelése: számjegyek száma, számjegyek egymáshoz való viszonya
- Számok tartalmi, formai jellemzése, egymáshoz való viszonyuk kifejezése kitalálós játékokban

### **FOGALMAK**

számjegy; egyjegyű, kétjegyű számok; páros, páratlan

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Shut the box típusú játék két kockával
- „Ország, város” játék: sorsolt számjegyekből az oszlopoknak megfelelő tulajdonságú számok előállítását
- Számjelek megjelenítése nagymozgásokkal, például számjel alakúra formázott kötélén végiglépkedés, locsolókannával az iskolaudvaron, ujjal írás zsemlemorzsaiba
- LÜK
- Bingo

## **TÉMAKÖR: Számok helyi értékes alakja**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 5 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- érti a számok tízesekből és egyesekből való épülését, százasok, tízesek és egyesek összegére való bontását;
- ismert a számok számjegyeinek helyi, alaki, valódi értékét;

- helyesen írja és olvassa a számokat a tízes számrendszerben 100-ig.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Csoportosítások, beváltások valahányasával különféle eszközökkel, például apró tárgyakkal, tojástartóval, színes rudakkal, pénzekkel, abakusszal
- Mérések különböző egységekkel és többszöröseikkel
- Leltárak készítése az elvégzett tevékenységek alapján nem tízes számrendszerekben (főleg 3-asával, 4-esével, 2-esével való csoportosítást követően)
- Csoportosítások, beváltások tízesével különféle eszközökkel, például: apró tárgyak, tojástartó, építőkockák, pénzek, abakusz
- Leltárak készítése 10-esével történő csoportosítások, beváltások után
- Számok tízesekre és egyesekre bontott alakjainak előállítására és felismerése nem csak helyi érték szerint rendezett alakban
- Számok írása, olvasása számrendszeres, azaz helyi értékes alakjukban, 100-as számkörben

#### **FOGALMAK**

csoportosítás, beváltás, leltár, bontott alak, tízes, egyes

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Adott számosságú apró dolog csomagolása csoportmunkában hármassal, majd ugyanannyi csomagolása négyessel; a csomagolások alapján készült leltárak összehasonlítása
- Csomagolások leltárak alapján
- Csomagolások átlátszatlan és átlátszó csomagolással
- Csoportosítások rajzolt képeken
- Leltárak kiolvasása különböző csoportosítások (köztük tízesével is) után
- Játék logikai készlettel: csoportosítás, beváltás, gyűjtött vagyon összehasonlítása (6 háromszög ér 1 négyzetet, 2 négyzet 1 kört)
- Számországok pénzeinek csoportosítása, beváltása, leltározása, adott összeg kifizetése legkevesebb számú „érmével”, például petákkal (1, 3, 9, 27), fityingekkel (1, 2, 4, 8, 16)

### **TÉMAKÖR: Mérőeszköz használata, mérési módszerek**

**ÓRASZÁM: 10 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- megbecsül, mér alkalmi és szabványos mértékegységekkel hosszúságot, tömeget, űrtartalmat és időt;
- helyesen alkalmazza a mérési módszereket, használ skálázott mérőeszközöket, helyes képze van a mértékegységek nagyságáról;
- helyesen használja a hosszúságmérés, az űrtartalom mérés és a tömegmérés szabványegységei közül a következőket: mm, cm, dm, m; ml, cl, dl, l; g, dkg, kg;
- ismeri az időmérés szabványegységeit: az órát, a percet, a másodpercet, a napot, a hetet, a hónapot, az évet;
- ismer hazai pénzcímleteket 100-as számkörben;
- összeveti azonos egységgel mért mennyiség és mérőszáma nagyságát, összeveti ugyanannak a mennyiségnek a különböző egységekkel való mérésakor kapott mérőszámait;
- területet mér különböző egységekkel lefedéssel vagy darabolással;
- alkalmazza a felváltást és beváltást különböző pénzcímletek között;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Változatos mennyiségek érzékszervi összehasonlítása
- Változatos mennyiségek közvetlen összemérése
- Változatos mennyiségek összemérése közvetítő segítségével
- Mérési módszerek megismerése
- Mennyiségek becslése, megmérése, kimérése választott alkalmi egységekkel, például: arasz, lépés, pohárnyi, kanálnyi, tenyérnyi
- Mennyiségek becslése, megmérése, kimérése választott objektív egységekkel, például: pálcikák,

színes rudak

- Tapasztalatszerzés a mennyiségről mint az egység többszöröséről
- Mérőszám fogalmának megértése
- Mennyiségek összehasonlítása; mennyivel nagyobb mennyiség, mennyivel kisebb mennyiség, hányszor akkora, hanyadrésze
- Különböző mennyiségek mérése ugyanazzal az egységgel; annak megfigyelése, tudatosítása, hogy a nagyobb mennyiséget több egység teszi ki, a kevesebb mennyiséget kevesebb egység teszi ki
- Azonos mennyiségek mérése különböző egységekkel; annak megtapasztalása, megfigyelése, hogy kisebb egységből több teszi ki ugyanazt a mennyiséget, nagyobb egységből kevesebb teszi ki ugyanazt a mennyiséget
- Mennyiségek becslése, megmérése, kimérése szabványmértékegységek közül a következőkkel: cm, dm, m; dl, l; kg
- Hétköznapi tapasztalatok szerzése a szabványmértékegységek nagyságáról
- Skálázott mérőeszközök készítése alkalmi egységekkel, használata tanítói segítséggel
- Szabványos mérőeszközök használata
- Időbeli tájékozódás, időbeli periódusok megismerése; időbeli relációt tartalmazó szavak értelmezése
- Az időmérés egységeinek megismerése: óra, perc, másodperc
- Egész órák és percek leolvasása különféle analóg és digitális órákról
- Különböző hazai és külföldi pénzek címleteinek megismerése 100-as számkörben szituációs játékokban

#### **FOGALMAK**

összehasonlítás, mérés, mérőeszköz, mérőszám, mértékegység, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő, cm, dm, m, dl, l, kg, másodperc, perc, óra, nap, hét, hónap, év

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Mérőszalag készítése tenyér és ujj léptékekkel; színes rudak által meghatározott léptékekkel
- Skálázott mérőedény készítése pohárnyi víz és többszörösének kiméréséhez
- Mennyiségek becslése, majd a becslés ellenőrzése méréssel különböző objektív egységek esetén, például szakasz rajzolása, amelyik olyan hosszú, mint 2 világoskék rúd
- 1 perc becslése: mindenki becsukja a szemét, lehajtja a fejét, akkor nyitja ki a szemét, amikor úgy gondolja, hogy letelt az 1 perc
- Tapasztalatgyűjtés arról, hogy mire elég 1 perc, például hány szót vagy hány számot lehet leírni 1 perc alatt; mennyit ver a szívünk nyugalmi helyzetben, hányat lehet ugrani, mennyit ver a szívünk mozgás után 1 perc alatt

#### **TÉMAKÖR: Alapműveletek értelmezése**

**ÓRASZÁM: 10 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- helyesen értelmezi a 100-as számkörben az összeadást, a kivonást, a szorzást, a bennfoglaló és az egyenlő részekre osztást;
- hozzákapcsolja a megfelelő műveletet adott helyzethez, történéshez, egyszerű szöveges feladathoz;
- értelmezi a műveleteket megjelenítéssel, modellezéssel, szöveges feladattal;
- helyesen használja a műveletek jeleit;
- megérti a következő kifejezéseket: tagok, összeg, kisebbítendő, kivonandó, különbség, tényezők, szorzandó, szorzó, szorzat, osztandó, osztó, hányados, maradék;
- szöveghez, valós helyzethez kapcsolva zárójelet tartalmazó műveletsort értelmez, elvégez;
- szöveges feladatokban a különböző kifejezésekkel megfogalmazott műveleteket megérti;
- szöveget, ábrát alkot matematikai jelekhez, műveletekhez.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- helyesen használja a műveletek jeleit;
- érti a szorzó- és bennfoglaló táblák kapcsolatát.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Összeadás, kivonás értelmezése, mint hozzáadás és elvétel
- Összeadás, kivonás értelmezése, mint egyesítés, és mint az egészből az egyik rész meghatározása
- Összeadás, kivonás értelmezése, mint összehasonlítás: valamennyivel kevesebb, valamennyivel több
- Kivonás értelmezése, mint különbség kifejezése
- Szorzás értelmezése tevékenységekkel egyenlő tagok összeadásaként
- Többszörösök közötti kapcsolatok megértése a szorzás értelmezése alapján (pl. adott szám 4-szerese a számmal nagyobb az adott szám 3-szorosánál, adott szám 2-szeresének és 3-szorosának az összege a szám 5-szöröse)
- A szorzó- és bennfoglaló táblák felépítése összefüggéseik szerint: 2-5-10, 2-4-8, 3-6-9, 7
- Osztás, mint bennfoglaló osztás és mint egyenlő részekre osztás értelmezése tevékenységekkel (például: szituációs játékok, különböző eszközökkel való kirakások)
- Maradékos bennfoglaló osztás értelmezése tevékenységek során
- Szorzás és a kétféle osztás kapcsolatának értelmezése tevékenységek során előállított képek, majd megadott ábrák alapján
- Egyenlővé tevés tevékenységekkel és számokkal
- Történeusről, kirakásról, képről többféle művelet értelmezése, leolvasása, lejegyzése
- Műveletről kirakás, kép, szöveges feladat készítése; műveletek eljátszása, lerajzolása, szöveggel értelmezése
- Szöveges feladatokban a különböző kifejezésekkel megfogalmazott műveletek megértése tanítói segítséggel

#### **FOGALMAK**

összeadás, kivonás, összeg, különbség, szorzás, bennfoglalás, egyenlő részekre osztás, művelet, egyenlővé tevés, többszörös

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Egyesítéses összeadás értelmezéséhez tárgyak mérése színes rudakkal, kupakkal vállfamérlegen
- Hozzátevése összeadás lejátszása játéktáblán való lépegetéssel
- Valós dolgok számának megállapítása szorzással, például azonos állatok lábainak száma
- Szorzat kirakása színes rudakkal, szorzat leolvasása mérőszalag segítségével
- Bennfoglaló osztás kirakása tárgyakkal, például ceruzák dobozólása vagy lufik osztogatása
- Egyenlő részekre osztás lejátszása, például süteményekkel, cukorkákkal, korongokkal
- „Feladatküldés”: műveletről rajz, szöveg készítése
- Összeadás, kivonás abakuszon, szorobánon

### **TÉMAKÖR: Alapműveletek tulajdonságai**

**ÓRASZÁM: 8 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- számolásaiban felhasználja a műveletek közti kapcsolatokat, számolásai során alkalmazza konkrét esetekben a legfontosabb műveleti tulajdonságokat;
- megold hiányos műveletet, műveletsort az eredmény ismeretében, a műveletek megfordításával is;
- alkalmazza a műveletekben szereplő számok (kisebbitendő, kivonandó és különbség; tagok és összeg; tényezők és szorzat; osztandó, osztó és hányados) változtatásának következményeit.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Műveleti tulajdonságok megfigyelése változatos tevékenységek alapján: tagok, tényezők felcserélhetősége, csoportosíthatósága; összeg, különbség szorzása, szorzat széttagolása; például:  $9+62 = 62+9$ ;  $25-17+5 = (25+5)-17$ ;  $3 \cdot 9 = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 4$

- A megértett műveleti tulajdonságok alkalmazása számolási eljárásokban, szöveges feladatokban, ellenőrzésnél
- Hiányos műveletek és műveletsorok megoldása az eredmény ismeretében a művelet megfordításával is 100-ig
- Műveletekben szereplő számok változtatása közben az eredmény változásának megfigyelése
- Műveletek közötti kapcsolatok megfigyelése és alkalmazása ellenőrzésnél

#### **FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Hajtogató” segítségével a szorzótáblákon belüli és a szorzótáblák közti összefüggések felfedezése:  $10 \times 10$ -es négyzetrács hajtogatása a vonalak mentén, például  $6 \times 8$ -as téglalap hajtogatása után, félbehajtással  $3 \times 8$  vagy  $6 \times 4$ , majd újabb félbehajtással  $3 \times 4$ ,  $6 \times 2$  vagy  $3 \times 4$
- Lépegetések számegegyesen, például 16-tól 35 lépés, 35-től 16 lépés
- Színes rudak egymás mellé fektetésével a tényezők felcserélhetőségének tapasztalása, például 7 lila rúd = 6 fekete rúd: egymás után vonalba („hosszúságuk” érzékeltetése) és egymás mellé szőnyegezve („területük” érzékeltetése)
- Négyzetrácson kertek bekerítése
- Műveletsor lejátszása egymás mellé állított dobozokba apró tárgyak pakolásával, majd a műveletsor visszafelé való lejátszása

#### **TÉMAKÖR: Szóbeli számolási eljárások**

**ÓRASZÁM: 12 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- alkalmazza a számolást könnyítő eljárásokat;
- fejben pontosan számol a 100-es számkörben a számok 10-zel, történő szorzásakor és maradék nélküli osztásakor.
- elvégzi a feladathoz szükséges ésszerű becslést, mérlegeli a becslés során kapott eredményt;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Számolási eljárások a műveletek értelmezései alapján 100-as számkörben
- Számolási eljárások szám- és műveleti tulajdonságok felhasználásával 100-as számkörben
- Bontások és pótlások alkalmazása
- 100-as számkörben való összeadás, kivonás a 20-as számkörben tanultakkal való analógia alapján (tízesekre, egyesekre bontás felhasználásával)
- Különféle számolási eljárások megismerése és a tanuló számára legkézenfekvőbb kiválasztása, begyakorlása
- Szorzó- és bennfoglaló táblák belső összefüggéseinek és egymás közti kapcsolatainak alkalmazása számolások során,

#### **FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Mérőszalagon számok hozzáadása és elvétele színes rudak tetszőleges számhoz való hozzáillesztésével, hozzáadása és elvétele; az analógiák megfigyelése
- Azonos művelet kapcsán a tanulók egyénileg alkalmazott számolási eljárásainak megfogalmazása, megosztása
- „Boltos játék”: csak kerek tízesekkel lehet fizetni, a boltos visszaad

#### **TÉMAKÖR: Fejben számolás**

**ÓRASZÁM: 15 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**



### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- fejben pontosan összead és kivon a 100-as számkörben;
- emlékezetből tudja a kisegyszeregy és a megfelelő bennfoglalások, egyenlő részekre osztások eseteit a számok tízszereséig;
- érti a szorzó- és bennfoglaló táblák kapcsolatát;
- fejben pontosan számol a 100-as számkörben egyjegyűvel való szorzás és maradék nélküli osztás során;
- fejben pontosan számol a 100-as számkörben végzett műveletekkel analóg esetekben.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Összeadás és kivonás kerek tízesekkel a 100-as számkörben
- Összeadás és kivonás kerek tízesekkel és egyjegyűekkel a 100-as számkörben
- Összeadás és kivonás teljes kétjegyűekkel és egyjegyűekkel a 100-as számkörben
- Teljes kétjegyű számok összeadása és kivonása 100-as számkörben eszközökkel, például tojástartókkal, számtáblázatokkal, abakusszal, pénzzel
- Teljes kétjegyű számok összeadása és kivonása 100-as számkörben, fejben
- A szorzó- és bennfoglaló táblák belüli kapcsolatok alapos megismerése, megértése tevékenységek, ábrák segítségével, és számolás a felfedezett összefüggések alkalmazásával
- A szorzó- és bennfoglaló táblák közti kapcsolatok alapos megismerése, megértése tevékenységek, ábrák segítségével, és számolás a felfedezett összefüggések alkalmazásával
- A 2-es, 5-ös, 10-es, 3-as, 4-es, 9-es szorzó- és bennfoglaló táblák eseteinek emlékezetből való felidézése
- A 6-os, 7-es, 8-as szorzó- és bennfoglaló táblák eseteinek kiszámolása valamilyen számolási eljárás segítségével
- 100-as számkörben szorzatok, hányadosok kiszámolása ismert szorzatokhoz való viszonyítással

### **FOGALMAK**

kerek tízes

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „25 vagy semmi” játék párban
- Szorzat alapján a társnál lévő szám kitalálása: a szorzatot a csoport mondja a két játékosnál lévő egy-egy szám összeszorozásával, a saját tényezőnket ismerjük
- „Hajtogató”
- Egy képről többféle művelet olvasása
- 5-10, 2-4-8, 3-6 szorzótáblák közti kapcsolatok vizsgálata ujjak segítségével, például 4 gyerek bal kezén mutat 3 ujjat, majd 4 gyerek két kezén mutat 3-3 ujjat; az egyes mutatásokról olvasások „számtannyelven”
- 5-10, 2-4-8, 3-6 szorzótáblák közti kapcsolatok vizsgálata korongok (vagy pénzek) kirakásával és azok tükrözésével különböző kiindulási helyzetekből, például két korong kirakása, tükörben látott korongok kirakása a tükör másik oldalára, az új kirakás tükrözése, és így tovább; az egyes helyzetekről olvasások „számtannyelven”

### **TÉMAKÖR: Alkotás térben és síkon**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- minta alapján létrehoz térbeli, síkbeli alkotásokat;
- sormintát, síkmintát felismer, folytat;
- testeket épít élekből, lapokból; testeket épít képek, alaprajzok alapján; elkészíti egyszerű testek alaprajzát;
- síkidomokat hoz létre különféle eszközök segítségével;
- alaklemez, vonalzót használ alkotáskor;
- megtalálja az összes, több feltételnek megfelelő építményt, síkbeli kirakást;
- szimmetrikus alakzatokat hoz létre térben, síkban különböző eszközökkel; felismeri a

szimmetriát valóságos dolgokon, síkbeli alakzatokon.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Építés egyszerűbb nézetek, egyszerűbb alaprajzok alapján
- Sokszögek előállítása nyírással, hajtogatással, pálcikákkal, gumikarika kifeszítésével, vonalzós rajzolással adott feltételek szerint
- Szimmetrikus alakzatok létrehozása térben és síkban (például: építéssel, kirakással, nyírással, hajtogatással, festéssel), és szükség szerint a szimmetria meglétének ellenőrzése választott módszerrel (például: tükör, hajtogatás)
- Adott feltételeknek megfelelő többféle alakzat, minta előállítása

#### **FOGALMAK**

alaprjz

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Szobasarak” cipősdobozból, behelyezett játék megvilágítása 3 irányból, árnyékok megfigyelése
- „Szobasarak” négyzethálós falaira rajzolt árnyékok alapján építés színes rudakból
- Papírharmónia hajtása, a hajtások szélén nyírások, a papírlap szétnyitása után az ismétlődő minta megfigyelése, például egymás kezét fogó gyerekek
- Geometriai fejtörők, például tangram, gyufarejtvények
- Háromszögek, négyszögek nyírása egy egyenes vonal mentén, a keletkező síkidomok számának és alakjának vizsgálata

#### **TÉMAKÖR: Alakzatok geometriai tulajdonságai**

**ÓRASZÁM: 6 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- megfigyeli az alakzatok közös tulajdonságát, megfelelő címkéket talál megadott és halmazokba rendezett alakzatokhoz;
- megtalálja a közös tulajdonsággal nem rendelkező alakzatokat;
- megnevezi a tevékenységei során előállított, válogatásai során előkerülő alakzatokon megfigyelt tulajdonságokat;
- megszámlálja az egyszerű szögletes test lapjait;
- megnevezi a téglatest lapjainak alakját, felismeri a téglatesten az egybevágó lapokat, megkülönbözteti a téglatesten az éleket, csúcsokat;
- tudja a téglalap oldalainak és csúcsainak számát, összehajtással megmutatja a téglalap szögeinek egyenlőségét;
- megmutatja a téglalap azonos hosszúságú oldalait és elhelyezkedésüket, megmutatja és megszámlálja a téglalap átlóit és szimmetriatengelyeit;
- megfigyeli a kocka, mint speciális téglatest és a négyzet mint speciális téglalap tulajdonságait;
- megnevezi megfigyelt tulajdonságai alapján a téglatestet, kockát, téglalapot, négyzetet;
- megfigyelt tulajdonságaival jellemzi a létrehozott síkbeli és térbeli alkotást, mintázatot.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- különbséget tesz testek és síkidomok között;
- kiválasztja megadott síkidomok közül a sokszögeket.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Sokféle alakú testek közül a gömb és a szögletes testek kiemelése érzékszervi tapasztalatok alapján
- Sokszöglapokkal határolt testek lapjainak, éleinek, csúcsainak megfigyelése
- Egyszerű, sokszöglapokkal határolt test lapjainak megszámlálása
- Téglatest lapjainak megszámlálása
- Sokféle alakú síklapok közül a körlap és a sokszögek kiemelése
- Sokszögek előállítása során az oldal és csúcs szavak megismerése, használata
- Sokszögek oldalainak és csúcsainak megszámlálása

- Sokszögek elnevezése oldalak és csúcsok száma szerint
- Téglalap oldalainak és csúcsainak megszámlálása
- Téglalap átlóinak és tükör tengelyeinek megfigyelése
- Sokszögek közül a nem négyzet téglalapok és négyzetek kiválogatása

#### **FOGALMAK**

test, síkbeli alakzat; sík, görbe felület; egyenes, görbe vonal; oldal, csúcs, lap, sokszög, körlap, háromszög, négyszög, téglalap, négyzet

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Két téglatest összeragasztása „L” alakba, az „L” alakú test lapok szerinti borítása színes papírral, a keletkező lapok számlálása
- Síkidomok, testek alkotása például szívószálakból és madzagból, hurkapálcából és gyurmából
- Háromszögek készítése különféle hosszúságú szívószáldarabokból, például: 3 cm, 6 cm, 5 cm; 3 cm, 6 cm, 9 cm (!); 3 cm, 6 cm, 10 cm
- Négyszögek készítése szívószálból úgy, hogy két-két szívószál hossza egyenlő (színe azonos); a felűzés sorrendjének változtatásával többek között a szomszédos és szemközti oldalak fogalmának megértése
- Különféle ponthálón, rácson alakzatok másolása megadott minta alapján vagy rajzolás megadott feltétel szerint

#### **TÉMAKÖR: Transzformációk**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- megépíti, kirakja, megrajzolja hálón, jelölés nélküli lapon sablonnal, másolópapír segítségével alakzat tükörképét, eltolt képét;
- ellenőrzi a tükrözés, eltolás helyességét tükör vagy másolópapír segítségével;
- követi a sormintában vagy a síkmintában lévő szimmetriát;
- térben, síkban az eredetihez hasonló testeket, síkidomokat alkot nagyított vagy kicsinyített elemekből; az eredetihez hasonló síkidomokat rajzol hálón.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Tárgyak, építmények, képek tükörképének kirakása, előállítása különböző tevékenységek során; a kapott alakzat ellenőrzése tükör segítségével
- Alakzatok eltolt képének előállítása térben és síkban mozgással, mozgatással, másolópapír segítségével
- Sor- és síkminták készítése eltolással és tükrözéssel

#### **FOGALMAK**

tükörkép, tükrötengely, eltolt kép, mozgatás

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Szimmetria tengelye szerint két különböző színnel színezett szív vizsgálata tükörrel; megadott ábrák vizsgálata, „Előállítható-e az adott szív és tükör segítségével az ábra? Ha igen, akkor hogyan?”
- Papírlap egyik oldalára festékpaca nyomása, a papír másik felének ráhajtása, a papír szétnyitása, a készült minta kiegészítése
- Összehajtott papírra rajzolt alakzat határvonalainak átbökése gombostűvel
- Néhány kirakott logikai lap (színes rúd) tükörképének megépítése függőleges tengelyre nézve, vízszintes tengelyre nézve (ahogy a tóban látszik)

#### **TÉMAKÖR: Tájékozódás térben és síkon**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- helyesen használja az irányokat és távolságokat jelölő kifejezéseket térben és síkon;
- térképen, négyzethálón megtalál pontot két adat segítségével.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Bejárt útvonal újrajrása emlékezetből
- Függőleges és vízszintes síkon való tájékozódás tárgyak elhelyezésével, mozgatásával, például „fölé”, „alá” többféle értelmezése
- Hely meghatározása sakktáblán
- Tájékozódás négyzethálón

#### **FOGALMAK**

jobb, bal, le, fel, előtte, mögötte, mellette, kint, bent, előre, hátra, távolabb, közelebb

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Bekötött szemű gyerek irányítása adott célhoz, a célban a kendő levétele után azonos úton visszatalálás a kiindulópontonra
- Szituációs játékban színházjegyek, mozijegyek alapján ülőhelyek megtalálása
- „Vándorvezér” játék sakktáblán, például „f4-ről 2 mezőt felfele lépve hova jutunk?”
- „Vonalvezetős” játék irányok és távolságok megadásával, melynek során különböző formák rajzolódnak ki a négyzethálón, például 2 lépés fel, 3 lépés balra...
- Négyzethálóra rajzolt minta alapján a vonalvezetés diktálása társnak

### **TÉMAKÖR: Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése**

**ÓRASZÁM: 9 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- megadott szabály szerint sorozatot alkot; megértett probléma értelmezéséhez, megoldásához sorozatot, táblázatot állít elő modellként;
- ismert műveletekkel alkotott sorozat, táblázat szabályát felismeri; ismert szabály szerint megkezdett sorozatot, táblázatot helyesen, önállóan folytat;
- tárgyakkal, számokkal kapcsolatos gépjátékhoz szabályt alkot; felismeri az egyszerű gép megfordításával nyert gép szabályát;
- szabályjátékok során létrehoz a felismert kapcsolat alapján további elempárokat, elemhármassokat;
- a sorozatban, táblázatban, gépjátékokban felismert összefüggést megfogalmazza saját szavaival, nyíljelöléssel vagy nyitott mondattal.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Megkezdett egyszerű szabályú sorozat folytatása mindkét irányban
- Gépjátékok különféle elemekkel (például: tárgyak, számok, alakzatok)
- Gépjátékok szabályának felismerése
- Gépjátékokban több eset kipróbálása után elempárok, elemhármassok hiányzó elemének megtalálása
- Megfigyelt szabály alapján további elempárok, elemhármassok alkotása
- Sorozatban, gépjátékokban, táblázatban felismert összefüggés megfogalmazása saját szavakkal
- Felismert kapcsolatok, összefüggések, szabályszerűségek szóbeli kifejezése
- Sorozatok, szabályjátékok alkotása

#### **FOGALMAK**

szabály, sorozat, számsorozat, növekvő, csökkenő, kapcsolat, számpár, számhármass

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Ismétlődő ritmusjelek letapsolása
- Sorozatok kirakása szöges táblán kifeszített alakzatokkal
- „Milyen nap lesz?” fejtörők: például egy hét múlva; holnapután, ha tegnapelőtt hétfő volt
- „Gépes játékok” egyváltozós, kétváltozós, fordított gépekkel

## **TÉMAKÖR: Adatok megfigyelése**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- adatokat rögzít későbbi elemzés céljából;
- gyűjtött adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol;
- adatokat gyűjt ki táblázatból, adatokat olvas le diagramról;
- jellemzi az összességeket.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Tevékenységek során kapott adatok lejegyzése
- Közös tevékenységek során szerzett adatok alapján egyszerű diagram készítése kirakással, rajzzal
- Egyszerű diagramról adatok, összefüggések leolvasása közösen
- Egyenlő adatok keresése, legkisebb, legnagyobb kiválasztása

### **FOGALMAK**

adat, diagram

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Saját testmérések mérése, a kapott adatok elemzése, például fejkörfogat lemérése fejdísz készítéséhez papírcsíkkal, majd a papírcsíkok felragasztása függőlegesen egymás mellé; helyből távolugrás lemérése spárgával, spárgák felragasztása
- Sajtós dobozokból oszlopdiagram építése, például „Kedvenc reggeli italod”

## **TÉMAKÖR: Valószínűségi gondolkodás**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- tetszőleges vagy megadott módszerrel összeszámolja az egyes kimenetek előfordulásait olyan egyszerű játékokban, kísérletekben, amelyekben a véletlen szerepet játszik;
- a valószínűségi játékokban, kísérletekben megfogalmazott előzetes sejtését, tippjét összeveti a megfigyelt előfordulásokkal.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Véletlen események bekövetkezéseinek összeszámolása, ábrázolása különféle módokon, például: strigulázással, diagrammal, táblázatba rögzítéssel
- A „biztos” és „lehetetlen” cáfolata ellenpélda mutatóásával

### **FOGALMAK**

véletlen; „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” esemény; tipp

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Valószínűségi kísérletek, például: 3 piros, 3 kék golyó közül 3 golyó húzása, majd 1 piros és 5 kék golyó közül 3 golyó húzása; „Melyik esetben könnyebb 3 egyformát húzni?”, „Tippelj!”, „Végezz 20-20 kísérletet!”
- Kockákra számokat írunk a szabályostól eltérő módon, például 1; 2; 2; 3; 3; 4; játék ezekkel a kockákkal (Sárkányok erdeje játék)

### **A továbbhaladás feltételei az 2. évfolyam végén**

A tanuló 100-as számkörben

- képes halmazokat összehasonlítani az elemek száma szerint, halmazt alkotni;
- képes állítások igazságtartalmának eldöntésére, állításokat megfogalmazni;
- halmazok elemeit összehasonlítja, azonosítja, megkülönbözteti, a közös tulajdonságokat felismeri, megnevezi;
- több, kevesebb, ugyanannyi fogalmát helyesen használja;
- néhány elemet sorba rendez;
- helyi érték fogalmát;
- számokat ír, olvas;
- tud római számokat írni, olvasni (I, V, X, L, C)

- megtalálja számok helyét a számegyenesen;
- meghatározza az egyes, tízes számszomszédokat;
- képes természetes számok nagyság szerinti összehasonlítására;
- tud kétjegyű számokat képezni, helyi érték szerint bontani;
- a matematikai jeleket  $+$ ,  $-$ ,  $\bullet$ ,  $:$ ,  $=$ ,  $<$ ,  $>$ ,  $()$  helyesen használja;
- képes összeadni, kivonni, szorozni, osztani 100-as számkörben;
- ismeri a szorzótáblát és bennfoglaló táblát.
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveletvégzés sorrendjét;
- képes szöveges feladatot értelmezésére, megjelenítésére rajz segítségével, leírására művelettel;
- megkülönbözteti a páros és páratlan számokat;
- figyelme tudatosan irányítható;
- ismerete az egyenes és görbe vonalakat;
- képes a test és a síkidom megkülönböztetésére;
- tud testeket építeni szabadon és megadott feltételek szerint;
- képes tájékozódni, ismeri az irányokat;
- képes a hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő mérésére;
- ismeri a szabvány mértékegységeket: cm, dm, m, cl, dl, l, dkg, kg, perc, óra, nap, hét, hónap, év.
- képes átváltásokat végezni szomszédos mértékegységek között;
- felismeri a mennyiségek közötti összefüggéseket;
- mérés során helyesen használja a mérőeszközöket;
- felismeri növekvő és csökkenő számsorozatok szabályát, tudja a sorozatot folytatni;
- felismeri a számpárok közötti kapcsolatokat;
- képes a változásokat észrevenni, szóban kifejezni;
- tud adatokról megállapításokat megfogalmazni;

## HARMADIK-NEGYEDIK ÉVFOLYAM

Az első két évet meghatározó alapozó tevékenységek folytatása mellett ebben az időszakban fokozatosan több szerepet kapnak a fogalmi gondolkodást előkészítő megfigyelések, az összefüggések felfedeztetése, a képi információk feldolgozása és az általánosítás. A tanulók egyre önállóbban értelmezik a hallott, olvasott matematikai tartalmú szövegeket, és maguk is alkotnak ilyeneket szóban és írásban.

A kapcsolatok, összefüggések, feltételezések és magyarázatok felismerése és értelmezése hozzátartozik a fogalmak építéséhez és egyben a kreatív, problémamegoldó és logikai gondolkodás fejlődéséhez. A tanulási folyamat szerves részeként nagy szerepet kap a vélemények megfogalmazása, meghallgatása, ütköztetése. A tanulók munkájának értékelésében hangsúlyt kap az önismeretet és önértékelést alakító szempontok tudatosítása. Mindezek segítik a tanulókat a felső tagozatba lépéskor az átmeneti nehézségek leküzdésében.

A kis számok körében – az első két évfolyamon – megkezdett számfogalom-alakítást tovább erősítjük a nagyobb számkör segítségével, és tapasztalatot szerzünk a nagyobb számokról. Emellett tevékenységeket végzünk a tört számok és a negatív számok fogalmának alapozására.

Fontos tovább lépés, hogy a 4. évfolyam végére rutinszerűvé válik az alpműveletek végzése a 100-as számkörben.

A mérési tapasztalatok gazdagodnak, de még mindig a mennyiségek helyes képzetének kialakítása a fontos. Az eszköz nélküli átváltás nem követelmény.

A tanulók a geometriai feladatok során is egyre önállóbban és pontosabban meg tudják fogalmazni észrevételeiket, jellemezni tudják alkotásaikat. Negyedik évfolyam végére a sok tevékenység eredményeként bizonyos fogalmakról biztos tapasztalattal rendelkeznek, melyekre szükségük lesz a felső tagozaton.

### A 3–4. évfolyamon a matematika tantárgy óraszámja: 144 óra

A témaköröknél megadott óraszámokba szükség esetén bele kell építeni az ismeretszerzés mellé a differenciált fejlesztést (felzárkóztatást, tehetséggondozást), a játékos gyakorlást és a számonkérést is.

## HARMADIK ÉVFOLYAM

Témakör neve	Óraszám
Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata	3
Rendszerezés, rendszerképzés	5
Állítások	4
Problémamegoldás	5
Szöveges feladatok megoldása	8
Szám és valóság kapcsolata	4
Számlálás, becslés	5
Számok rendezése	3
Számok tulajdonságai	8
Számok helyi értékes alakja	6
Mérőeszköz használata, mérési módszerek	10
Alpműveletek értelmezése	3
Alpműveletek tulajdonságai	4
Szóbeli számolási eljárások	6
Fejben számolás	8
Írásbeli összeadás és kivonás	8
Írásbeli szorzás és osztás	7
Törtrészek	4
Negatív számok	2
Alkotás térben és síkon	6
Alakzatok geometriai tulajdonságai	6

Transzformációk	4
Tájékozódás térben és síkon	3
Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése	8
Adatok megfigyelése	3
Valószínűségi gondolkodás	3
Differenciált fejlesztés, a játékos gyakorlás és a számonkérés	8
<b>Összes óraszám:</b>	<b>144</b>

## **TÉMAKÖR: Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megkülönböztet, azonosít egyedi, konkrét látott, hallott, mozgással, tapintással érzékelhető tárgyakat, dolgokat, helyzeteket, jeleket;
- játékos feladatokban személyeket, tárgyakat, számokat, formákat néhány meghatározó tulajdonsággal jellemez;
- tudatosan emlékezetébe vési az észlelt tárgyakat, személyeket, dolgokat, és ezek jellemző tulajdonságait, elrendezését, helyzetét;
- válogatásokat végez saját szempont szerint személyek, tárgyak, dolgok, számok között;
- felismeri a mások válogatásában együvé kerülő dolgok közös és a különválogatottak eltérő tulajdonságát;
- folytatja a megkezdett válogatást felismert szempont szerint;
- személyek, tárgyak, dolgok, szavak, számok közül kiválogatja az adott tulajdonsággal rendelkező összes elemet;
- azonosítja a közös tulajdonsággal rendelkező dolgok halmazába nem való elemeket;
- megnevezi egy adott tulajdonság szerint ki nem válogatott elemek közös tulajdonságát a tulajdonság tagadásával;
- barkochbázik valóságos és elképzelt dolgokkal is, kerüli a felesleges kérdéseket;
- adott, címkével ellátott halmazábrán elhelyezett elemekről eldönti, hogy a megfelelő helyre kerültek-e; a hibás elhelyezést javítja;
- talál megfelelő címkéket halmazokba rendezett elemekhez;
- megfogalmaz adott halmazra vonatkozó állításokat; értelemszerűen használja a „mindegyik”, „nem mindegyik”, „van köztük...”, „egyik sem...” és a velük rokon jelentésű szavakat;
- két szempontot is figyelembe vesz egyidejűleg;
- két meghatározott tulajdonság egyszerre történő figyelembevételével szétválogat adott elemeket: tárgyakat, személyeket, szavakat, számokat, alakzatokat;

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Barkochbázás konkrét tárgyak kirakása nélkül
- Barkochba játékokban minél kevesebb kérdésre törekvés
- Személyek, tárgyak, képek, alakzatok, jelek, számok válogatása választott vagy adott szempont, tulajdonság szerint
- Elkezdett válogatások esetén az elemek közös tulajdonságának felismerése, a válogatás szempontjának megfogalmazása; a felismert szempont alapján a válogatás folytatása
- A halmazba nem való elemek esetén az elemek tulajdonságainak tagadása, a logikai „nem” használata
- Elemek elhelyezése halmazábrában, a halmazábra egyes részeinek jellemzése, például piros, de nem háromszög; se nem piros, se nem háromszög

### **FOGALMAK**

logikai „nem”, logikai „és”

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Barkochba játék különféle logikai készleteken többféle szabály szerint, például egyszerű barkochba, fordított barkochba, barkochba két elem egyszerre történő kitalálására, ezek mindegyikének kipróbálása hazudósan is



- „Ország, város” játék számokkal: egy-egy oszlopnak egy-egy számtulajdonság felel meg; sorsolt számjegyekből az oszlopoknak megfelelő tulajdonságú számok előállítására
- Játék logikai lapokkal
- Tanulók, tárgyak válogatása két tulajdonság szerint két külön hulahoppkarikába, mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek helyének keresése, tanulói ötlet alapján a hulahoppkarikák összehúzó (metszetképzés)

### **TÉMAKÖR: Rendszerezés, rendszerképzés**

**ÓRASZÁM: 5 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- barkochbázis valóságos és elképzelt dolgokkal is, kerüli a felesleges kérdéseket;
- két szempontot is figyelembe vesz egyidejűleg;
- felsorol elemeket konkrét halmazok közös részéből;
- megfogalmazza a halmazra egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket;
- keresi az okát annak, ha a halmazra valamelyik részébe nem kerülhet egyetlen elem sem;
- adott elemeket elrendez választott és megadott szempont szerint is;
- sorba rendezett elemek közé elhelyez további elemeket a felismert szempont szerint;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Elemek sorozatba rendezése az egyező és eltérő tulajdonságok száma alapján (például: a szomszédos elemek pontosan egy tulajdonságban különbözzenek)
- A válogatás, osztályozás, rendszerezés alkalmazása más tantárgyak tanulásakor
- Alkalmilag összeállított készletek és különféle teljes logikai készletek elemeinek egy vagy több szempont szerinti válogatása, rendszerezése tevékenységgel, mozgással

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Logikai lapokból „kígyó” vagy „háló” készítése, a szomszédos elemek között 1-2-3-4 eltérő tulajdonsággal
- Logikai készlet elemeinek körberakása egy különbséggel
- Két elem között további elemek segítségével útvonal építése a szomszédos elemekre vonatkozó feltétel alapján

### **TÉMAKÖR: Állítások**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megítéli, hogy adott halmazra vonatkozó állítás igaz-e vagy hamis;
- megfogalmaz adott halmazra vonatkozó állításokat; értelemszerűen használja a „mindegyik”, „nem mindegyik”, „van köztük...”, „egyik sem...” és a velük rokon jelentésű szavakat;
- megfogalmazza a halmazra egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket;
- tudatosan emlékeztetése vésszavakat, számokat, utasítást, adott helyzetre vonatkozó megfogalmazást;
- egy állításról ismeretei alapján eldönti, hogy igaz vagy hamis;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Adott konkrét helyzetről köznyelvi és matematikai tartalmú állítások megfogalmazása szabadon és irányított megfigyelések alapján
- Konkrét, megfigyeléssel ellenőrizhető állítások igazságának és hamisságának eldöntése
- Adott halmazra és egyes részeire vonatkozó állítások megfogalmazása
- Halmazra és a halmaz részhalmazaira vonatkozó állítások igazságának eldöntése

- Igaz és hamis állítások alátámasztására példák és ellenpéldák keresése, felsorolása

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Telefonos” játék
- „Rontó” játék
- „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, 1 hamisat, 2 igazat; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis

#### **TÉMAKÖR: Problémamegoldás**

**ÓRASZÁM: 5 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- a tevékenysége során felmerülő problémahelyzetben megoldást keres;
- kérésre, illetve problémahelyzetben felidézi a kívánt, szükséges emlékképet;
- az értelmezett problémát megoldja;
- megoldását értelmezi, ellenőrzi;
- kérdést tesz fel a megfogalmazott probléma kapcsán;
- tevékenység, ábrarajzolás segítségével megold egyszerű, következtetési szöveges feladatokat;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Hétköznapi helyzetekben, tevékenységek során felmerülő problémahelyzet felismerése, arra megoldás keresése
- Hiányzó információk pótlása méréssel, számlálással, információgyűjtéssel
- Tevékenységgel, megjelenítéssel értelmezett probléma megoldása
- A kapott megoldás visszahelyezése a szituációba, a megoldás értelmezése
- Ellenőrzés: a kapott megoldás megfelel-e a megadott feltételeknek
- Kérdésfeltevés a problémahelyzet kapcsán
- Egyszerű következtetési szöveges feladatok megoldása, például: tevékenységgel, ábrarajzolással, szakaszos ábrázolással

Nincs új fogalom.

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- A gyerekek hétköznapi életével kapcsolatos információk gyűjtése csoportokban, például menetrend, nyitvatartási idő, belépődíjak, árak, étteremben étlap, boltban árak
- Kirándulás, kulturális program (múzeum-, színházlátogatás) tervezése: útiterv, költségek, időbeosztás, ismertető
- Problémák lejátszása szerepjátékként, absztrakt eszközökkel (korong, pálcika, kupakok, színes rudak), például „fejek-lábak” feladat, „megevett gombócok” feladat
- Logikai rejtvények, történetek
- „Gondoltam egy számot”
- Kártyajátékok

#### **TÉMAKÖR: Szöveges feladatok megoldása**

**ÓRASZÁM: 8 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- értelmezi, elképzezi, megjeleníti a szöveges feladatban megfogalmazott hétköznapi szituációt;
- szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémát megold matematikai ismeretei segítségével;
- tevékenység, ábrarajzolás segítségével megold egyszerű, következtetési, szöveges feladatokat;
- megkülönbözteti a lényeges és a lényegtelen adatokat;
- választ fogalmaz meg a felvetett kérdésre;
- önállóan értelmezi a hallott, olvasott matematikai tartalmú szöveget;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- A hallott, olvasott matematikai tartalmú szöveg önálló értelmezése
- Hétköznapi felmerülő matematikai tartalmú problémákkal kapcsolatos szöveges feladatok értelmezése, megoldása (például: bajnokság, időbeosztás, vásárlás, sütés-főzés)
- Szöveges feladatok olvasása, értelmezése, eljátszása, megjelenítése kirakásokkal, rajzokkal önállóan
- Adatok gyűjtése, lényeges adatok kiemelése
- Adatok különböző típusainak megkülönböztetése, például: felesleges, hiányos
- Adatok és azok kapcsolatainak megjelenítése valamilyen szimbolikus rajz, matematikai modell segítségével, például művelet, táblázat, szakaszos ábra, nyíldiagram, halmazábra, sorozat
- Ismeretlen adatok meghatározása a modellen belül
- Egy-, kétlépéses alapműveletekkel leírható szöveges feladatok megoldása
- Fordított szövegezésű feladatok értelmezése, megoldása
- Megoldás értelmezése az eredeti problémára, ellenőrzés

#### **FOGALMAK**

felesleges adat

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Beszélgetés, történetmesélés eseményképekről, ábrákról szabadon és egy-egy részletre fókuszálva is
- Hétköznapi helyzetekből matematikai tartalmú állítások megfogalmazása
- „Mi változott?” játék mondatokkal: változtatunk egy szót, toldalékot vagy a szavak sorrendjét;

#### **TÉMAKÖR: Szám és valóság kapcsolata**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- összehasonlít véges halmazokat az elemek száma szerint;
- ismeri két halmaz elemeinek kölcsönösen egyértelmű megfeleltetését (párosítását) az elemszámok szerinti összehasonlításra;
- helyesen alkalmazza a feladatokban a több, kevesebb, ugyanannyi fogalmakat 1000-es számkörben;
- helyesen érti és alkalmazza a feladatokban a „valamennyivel” több, kevesebb fogalmakat;
- érti és helyesen használja a több, kevesebb, ugyanannyi relációkat halmazok elemszámával kapcsolatban 1000-es számkörben;
- használja a kisebb, nagyobb, egyenlő kifejezéseket a természetes számok körében;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Természetes szám darabszám, mérőszám és értékmérő tartalommal 1000-es számkörben
- Számkörbővítések során valóságos tapasztalatszerzés a nagyobb számokról konkrét számlálással,
- Mennyiségek (hosszúság, tömeg, terület, űrtartalom, idő, pénz) összehasonlítása mérőszámaik alapján, kisebb, nagyobb, ugyanakkora relációk felismerése, megnevezése 1000-es számkörben
- A természetes számok körében a kisebb, nagyobb, egyenlő kifejezések helyes használata
- Mennyiségekre vonatkozó feladatokban a több, kevesebb, ugyanannyi fogalmak helyes használata 1000-es számkörben

#### **FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Mérések különféle mértékegységekben, a mérés pontosságának korlátai, szükséges mértékegységek értő megválasztása, például „Mit mivel és miben mérjük?”; iskolás gyerekek tömegét grammban mérni felesleges; füzet hosszát érdemes lehet milliméterben megadni, de egy futópálya hosszát nem

#### **TÉMAKÖR: Számlálás, becslés**

**ÓRASZÁM: 5 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megszámlál és leszámol; adott (alkalmilag választott vagy szabványos) egységgel meg- és kimér a 1000-es számkörben; oda-vissza számlál kerek tízesekkel, százassal;
- ismeri a következő becslési módszereket: közelítő számlálás, közelítő mérés, mérés az egység többszörösével; becslését finomítja újrabecsléssel.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Számlálások egyesével, kerek tízesekkel, százassal, ezresekkel oda-vissza 1000-es számkörben eszközökkel és eszközök nélkül
- Tapasztalatszerzés darabszámok, mennyiségek becslésével kapcsolatban 1000-es számkörben
- Becslés szerepének, korlátainak tudatosítása
- Becslések értékelése

### FOGALMAK

Nincs új fogalom.

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Nagy számok előfordulása mérőszámként: „Hány darab 5 forintos szükséges egymás mellé rakva, egymásra rakva például 1 méterhez „Mire elég 1000 másodperc? Mire elég 1000 perc?”

## TÉMAKÖR: Számok rendezése

### ÓRASZÁM: 3 óra

### A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- nagyság szerint sorba rendez számokat, mennyiségeket;
- megtalálja a számok helyét, közelítő helyét egyszerű számegyenesen, számtáblázatokban, a számegyenesnek ugyanahhoz a pontjához rendeli a számokat különféle alakjukban a 1000-es számkörben;
- megnevezi a 1000-es számkör számainak egyes, tízes, százassal szomszédjait, tízesekre, százassal kerekített értékét.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Mennyiségi viszonyok jelölése nyíllal vagy a  $<$ ,  $>$ ,  $=$  jelekkel
- Leolvasások a számegyenesről;
- Számok, mennyiségek nagyság szerinti sorba rendezése, helyük megtalálása a számegyenesen
- Számok egyes, tízes, százassal szomszédjainak ismerete 1000-es számkörben
- Számok tízesekre, százassal kerekítése 1000-es számkörben

### FOGALMAK

százassal számszomszéd, kerekítés

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Kukás” játék három dobókocka segítségével alkotott számokkal
- „Mi változott?” játék
- Számok pontos helyének megtalálása egyre kisebb léptékű számegyenesek segítségével

## TÉMAKÖR: Számok tulajdonságai

### ÓRASZÁM: 8 óra

### A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- számokat jellemez tartalmi és formai tulajdonságokkal;
- számot jellemez más számokhoz való viszonyával;
- ismeri a római számjelek közül az I, V, X jeleket, hétköznapi helyzetekben felismeri az ezekkel képzett számokat.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Számok kifejezése művelettel megadott alakokkal

- Párosság és páratlanság fogalmának értelmezése párosítással és két egyenlő részre osztással a 1000-es számkörben
- Számok jellemzése más számokhoz való viszonyukkal, például: adott számnál nagyobb, kisebb valamennyivel, adott számnak a többszöröse
- Számok formai tulajdonságainak megfigyelése: számjegyek száma, számjegyek egymáshoz való viszonya, számjegyeinek összege
- A római számjelek közül az I, V, X jelek, valamint az ezekből képezhető számok írása, olvasása a hétköznapi helyzetekben, például: óra, keltezés, kerületek jelölése

#### **FOGALMAK**

három- és négyjegyű számok, római számok

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Ország, város” játék számtulajdonságokkal
- „Találd ki melyik szám vagyok?” játék
- Római számokhoz kapcsolódó gyufarejtvények megoldása

#### **TÉMAKÖR: Számok helyi értékes alakja**

**ÓRASZÁM: 6 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- érti a számok, százasokból, tízesekből és egyesekből való épülését, ezres, százasok, tízesek és egyesek összegére való bontását;
- érti a számok számjegyeinek helyi, alaki, valódi értékét;
- helyesen írja és olvassa a számokat a tízes számrendszerben 1000-ig.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Csoportosítások, beváltások tízes számrendszerben különféle eszközökkel a 1000-es számkörben, például előre csomagolt, illetve jól csomagolható tárgyakkal, pénzekkel,
- Mérések különböző egységekkel és többszöröseikkel
- Számok százasokra, tízesekre és egyesekre bontott alakjainak előállítás, felismerése nem csak rendezett alakban eszközzel (például: pénz) és eszköz nélkül
- Számok írása, olvasása helyiérték-táblázat alapján
- A helyi értékek egymáshoz való viszonyának megértése
- Helyi érték, alaki érték, valódi érték fogalmának ismerete
- Számok írása, olvasása 1000-es számkörben

#### **FOGALMAK**

helyi érték, alaki érték, valódi érték, százas, ezres, helyiérték-táblázat,

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Apró tárgyak csoportosítása, beváltása, leltározása tojásokkal, tojástartóval a számlálás megkönnyítésére
- „Kukás” játék három vagy négy dobókockával alkotott számokkal
- „Ki vagyok én?” játék számokkal, például a tízes helyi értéken 5, az egyes helyi értéken kettővel kisebb, a százasok helyén páratlan szám áll; a meghatározások fokozatosan vezessenek a megoldáshoz

#### **TÉMAKÖR: Mérőeszköz használata, mérési módszerek**

**ÓRASZÁM: 10 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megbecsül, mér alkalmi és szabványos mértékegységekkel hosszúságot, tömeget, űrtartalmat és időt;
- helyesen használja a hosszúságmérés, az űrtartalom mérés és a tömeg mérés szabványegységei közül a következőket: mm, cm, dm, m, km; ml, cl, dl, l; g, dkg, kg;
- ismeri az idő mérés szabványegységeit: az órát, a percet, a napot, a hetet, a hónapot, az évet;
- megméri különböző sokszögek területét különböző egységekkel;
- területet mér különböző egységekkel lefedéssel vagy darabolással;

## **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Mennyiségek érzékszervi összehasonlítása
- Mennyiségek összemérése
- Mérési módszerek alkalmazása
- Mennyiségek becslése, kimérése, megmérése szabványmértékegységek közül a következőkkel: mm, cm, dm, m, km; ml, cl, dl, l; g, dkg, kg
- Időbeli tájékozódás, időbeli periódusok közti tájékozódás; időbeli relációt tartalmazó szavak értő használata
- Időpontok leolvasása különféle órákról, időtartamok meghatározása
- A terület és kerület szavak értő használata

## **FOGALMAK**

kerület, terület, km, ml, cl, g, dkg

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Teli bevásárlószatyor tömegének becslése, mérése, kiszámolása
- Süteménykészítés recept alapján, a hozzávalók kimérése
- Iskolai vagy osztályelőadás időbeosztásának elkészítése
- Szabálytalan és szabályos alakzatok lefedése például körlapokkal, mozaiklapokkal, négyzetlapokkal; lefedés után annak vizsgálata, hogy melyik fedi legpontosabban az alakzatot
- Területfoglaló játékban a megszerzett területek „okos” számlálása

## **TÉMAKÖR: Alapműveletek értelmezése**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

## **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- helyesen értelmezi a 1000-es számkörben az összeadást, a kivonást, a szorzást, a bennfoglaló és az egyenlő részekre osztást;
- hozzákapcsolja a megfelelő műveletet adott helyzethez, történéshez, egyszerű szöveges feladathoz;
- értelmezi a műveleteket megjelenítéssel, modellezéssel, szöveges feladattal;
- helyesen használja a műveletek jeleit;
- megérti a következő kifejezéseket: tagok, összeg, kisebbítendő, kivonandó, különbség, tényezők, szorzandó, szorzó, szorzat, osztandó, osztó, hányados, maradék;
- szöveghez, valós helyzethez kapcsolva zárójelet tartalmazó műveletsort értelmez, elvégez;
- szöveges feladatokban a különböző kifejezésekkel megfogalmazott műveleteket megérti;
- szöveget, ábrát alkot matematikai jelekhez, műveletekhez.

## **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Összeadás és kivonás értelmezései és kapcsolatuk 1000-es számkörben
- Szorzás és osztás értelmezései és kapcsolatuk a 1000-es számkörben
- Maradékos osztásra vezető tevékenységek végzése, feladatok megoldása
- Műveletről szöveges feladat, ábra készítése; műveletek eljátszása, lerajzolása, szöveggel értelmezése
- Szöveges feladatokban a különböző kifejezésekkel megfogalmazott műveletek megértése
- A műveletekben szereplő számok megnevezésének ismerete, megértése: tényezők, szorzat, osztandó, osztó, hányados, maradék
- Zárójel használata konkrét esetekben megfogalmazott problémák leírásához, megoldásához

## **FOGALMAK**

tag, tényező, szorzat, osztandó, osztó, hányados, maradék, maradékos osztás, zárójel

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Maradékos osztás lejátszása pénzekkel, részekre osztással
- Adott kirakáshoz, ábrához többféle művelet keresése, leírása
- Összetett szöveges feladatok leírása egy műveletsorral; több műveletsor közül az adott szöveges feladathoz illő modell kiválasztása

## **TÉMAKÖR: Alapműveletek tulajdonságai**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 4 óra****TANULÁSI EREDMÉNYEK****A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- számolásaiban felhasználja a műveletek közti kapcsolatokat, számolásai során alkalmazza konkrét esetekben a legfontosabb műveleti tulajdonságokat;
- megold hiányos műveletet, műveletsort az eredmény ismeretében,
- alkalmazza a műveletekben szereplő számok (kisebbitendő, kivonandó és különbség; tagok és összeg; tényezők és szorzat; osztandó, osztó és hányados) változtatásának következményeit.

**FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Műveleti tulajdonságok megfigyelése tapasztalások során: tagok, tényezők felcserélhetősége, Műveleti tulajdonságok alkalmazása számolási eljárásokban, szöveges feladatokban,
- Hiányos művelet és műveletsorok megoldása az eredmény ismeretében a művelet megfordításával is 1000-ig
- Műveletekben szereplő számok változtatása közben az eredmény változásának megfigyelése; a tapasztalatok alkalmazása számolásnál

**FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

**JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Babos” játék számokat képviselő papírlapokkal,

**TÉMAKÖR: Szóbeli számolási eljárások****ÓRASZÁM: 6 óra****A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!****TANULÁSI EREDMÉNYEK****A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- alkalmazza a számolást könnyítő eljárásokat;
- érti a 10-zel, 100-zal való szorzás, osztás kapcsolatát, fejben pontosan számol a 1000-es számkörben a számok 10-zel, 100-zal történő szorzásakor és maradék nélküli osztásakor;
- elvégzi a feladathoz szükséges észszerű becslést, mérlegeli a becslés során kapott eredményt;
- teljes háromjegyűek összegét, különbségét százasokra kerekített értékekkel megbecsüli, teljes kétjegyűek két- és egyjegyűvel való szorzatát megbecsüli.

**FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Számolási eljárások a műveletek értelmezései alapján 1000-es számkörben
- Számolási eljárások szám- és műveleti tulajdonságok felhasználásával 1000-es számkörben
- A 100-as számkörben tanult számolási eljárások gyakorlása és analógiák alapján történő kiterjesztése az 1000-es számkörre kerek tízesekkel és kerek százasokkal való számolás során
- Műveletek eredményének észszerű becslése, a becslés során kapott eredmény értékelése, alkalmazása
- Teljes háromjegyűek összegének, különbségének százasokra kerekített értékekkel való becslése

**FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

**JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Adott pénzösszeg kirakása valódi pénzekkel;
- Szorzat kiszámítása az egyik tényező felezésével, a másik tényező kétszerezésével

**TÉMAKÖR: Fejben számolás****ÓRASZÁM: 8 óra****A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!****TANULÁSI EREDMÉNYEK****A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- fejben pontosan összead és kivon a 100-as számkörben;
- érti a szorzó- és bennfoglaló táblák kapcsolatát;
- fejben pontosan számol a 100-as számkörben egyjegyűvel való szorzás és maradék nélküli osztás során;

- fejben pontosan számol az 1000-es számkörben a 100-as számkörben végzett műveletekkel analóg esetekben.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Fejben számolás egyes lépéseinek megértése, begyakorlása eszközökkel; az eszközök szükség szerinti használata feladatok során
- Teljes kétjegyűek összeadása, kivonása
- Fejzámolás gyakorlása 100-as számkörben
- Fejzámolás a 100-as számkörben egyjegyűvel való szorzás és maradék nélküli osztás során, például: szorzótáblák;
- Fejzámolás a 1000-es számkörben kerek tízesekkel, százasokkal a 100-as számkörben végzett műveletekkel analóg esetekben,

#### **FOGALMAK**

kerek százaz, kerek ezres

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Számalkotó” játék írásbeli műveletekkel: írásbeli műveletekben szereplő számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
- Tanulók által készített játékok a számolás gyakorlásához

#### **TÉMAKÖR: Írásbeli összeadás és kivonás**

**JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

helyesen végzi el az írásbeli összeadást, kivonást.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Az írásbeli műveleti eljárások alapozása, megértése
- Az írásbeli összeadás algoritmusának fokozatos megismerése: továbbvitel az egyes, a tízes, a százaz helyi értéken
- Hiányos összeadások gyakorlása az írásbeli kivonás előkészítésére
- Az írásbeli kivonás algoritmusának megismerése pótlással, elvétellel a különbség változása alapján
- A kivonás pótlásos eljárásának begyakorlása
- Az írásbeli összeadás és kivonás eredményének becslése célszerűen kerekített értékekkel; az eredmény összevetése a becsléssel; szükség esetén ellenőrzés az ellentétes művelettel

#### **FOGALMAK**

írásbeli művelet, hiányos összeadás, pótlás

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Nyugták, blokkok gyűjtése, ellenőrzése („Jól számolt-e a gép?”)
- „Betűrejtvények” írásbeli számoláshoz: betűkkel helyettesített számjegyek kitalálása írásbeli összeadás szabályainak segítségével, például  $RÉT + RÉT = KERT$

#### **TÉMAKÖR: Írásbeli szorzás és osztás**

**ÓRASZÁM: 7 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- helyesen végzi el az írásbeli szorzást egyjegyű szorzóval, az írásbeli osztást egyjegyű osztóval;
- elvégzi a feladathoz szükséges észszerű becslést, mérlegeli a becslés során kapott eredményt;
- megoldását értelmezi, ellenőrzi.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Több egyenlő tag írásbeli összeadása
- Az írásbeli szorzás algoritmusának begyakorlása egyjegyű szorzóval
- Írásbeli szorzás teljes egyjegyűekkel egy lépésben
- Írásbeli osztás szemléltetése pénzekkel, részekre osztással
- Írásbeli osztás egyjegyű osztóval, visszaszorzással, kivonással



- Többféle módon való becslés és ellenőrzés megismerése a szorzat, hányados nagyságrendjének meghatározásához, a számolás ellenőrzéséhez

#### **FOGALMAK**

viasszaszorzás

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Hiányos írásbeli szorzásban, osztásban a hiányzó számjegyek megtalálása
- Írásbeli műveletekben szereplő számjegyek sorsolása dobókockával;

#### **TÉMAKÖR: Törtrészek**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- tevékenységekkel megjelenít egységtörteket és azok többszöröseit különféle mennyiségek és többféle egységválasztás esetén;
- a kirakást, a mérést és a rajzot mint modellt használja a törtrészek összehasonlítására.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Az egész egyenlő részekre osztása, az egységtörtek értelmezése, megnevezése (például: 1 ketted) Egészek és törtrészek kirakása, megjelenítése más törtrészekkel
- Törtrészekkel ábrázolt törtek nagyság szerinti összehasonlítása, egyenlők keresése

#### **FOGALMAK**

egész, törtrész, egységtört

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- 1 ketted, 1 negyed, 1 nyolcad előállítás felezésekkel papírhajtogatással
- 1 harmad, 1 hatod, 1 tizenketted előállítás papírcsík hajtogatásával
- Törtrészek kirakása színes rudakkal az egész változtatásával is

#### **TÉMAKÖR: Negatív számok**

**ÓRASZÁM: 2 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- a negatív egész számokat irányított mennyiségként (hőmérséklet) és hiányként (adósság) értelmezi;
- nagyság szerint összehasonlítja a természetes számokat és a negatív egész számokat

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Az „előtt” és „után” térbeli és időbeli értelmezése

- Tapasztalatszerzés irányított mennyiségekről a térben (például: emeletek) „alatta” és „felette” értelmezése a síkon és a térben
- Hőmérséklet mérése, hőmérő leolvasása (levegő, folyadék)
- Hőmérőmodell használata
- Tapasztalatszerzés a vagyon, készpénz és adósság kapcsolatairól kirakásokkal, rajzos feladatokkal
- A negatív szám megjelenítése különböző tevékenységek során

#### **FOGALMAK**

pozitív, negatív

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Saját idővonal készítése: születésem vagy iskoláskorom előtt, után történt események, például szüleim születése, házassága, testvéreim születése, óvodáskor, iskoláskor
- Fagypon alatti hőmérsékletek mérése, például télen, hűtőszekrényben, fagylalt, jégkocka segítségével
- „Időjárás-jelentős” játék: a bemondó ismerteti a hőmérséklet változásait szóban vagy diagram alapján; a nézők saját hőmérőmodelljükön jelenítik meg a pillanatnyi hőmérsékletet

#### **TÉMAKÖR: Alkotás térben és síkon**

**ÓRASZÁM: 6 óra**

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- szabadon épít, kirak formát, mintát adott testekből, síklapokból;
- minta alapján létrehoz térbeli, síkbeli alkotásokat;
- sormintát, síkmintát felismer, folytat;
- alkotásában követi az adott feltételeket;
- szimmetrikus alakzatokat hoz létre térben, síkban különböző eszközökkel; felismeri a szimmetriát valóságos dolgokon, síkbeli alakzatokon;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Különböző téglatestek alkotása adott feltételek szerint
- Építések és alkotások, alaprajzok, nézetek, hálók alapján egyszerűbb esetekben
- Alaklemez, vonalzó és körző helyes használatának gyakorlása játékos feladatok során
- Sorminták, területminták kirakása, folytatása, tervezése síkban, térben, a szimmetriák megfigyelése
- Szimmetrikus alakzatok létrehozása térben és síkban (például: építéssel, kirakással, nyírással, hajtogatással, festéssel), és a szimmetria meglétének ellenőrzése választott módszerrel (például: tükör, hajtogatás)
- Adott feltételeknek megfelelő minél több alakzat, minta előállítás, az összes lehetséges alkotás keresése, az alakzatok megkülönböztetése, jellemző tulajdonságok kiemelése

### FOGALMAK

Nincs új fogalom.

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Építés színes rudakból, legóból, építőkockákból, dobozokból nézetek, alaprajzok alapján
- Rövid ideig látott képről másolat készítése a vizuális memória fejlesztésére
- Geometriai fejtörők, gyufarejtvények

## TÉMAKÖR: Alakzatok geometriai tulajdonságai

### ÓRASZÁM: 6 óra

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megkülönböztet, azonosít egyedi, konkrét látott, hallott, mozgással, tapintással érzékelhető tárgyakat, dolgokat, helyzeteket, jeleket;
- két meghatározott tulajdonság egyszerre történő figyelembevételével szétválogat adott elemeket: tárgyakat, személyeket, szavakat, számokat, alakzatokat;
- megtalálja a közös tulajdonsággal nem rendelkező alakzatokat;
- megnevezi a tevékenységei során előállított, válogatásai során előkerülő alakzatokon megfigyelt tulajdonságokat;
- megnevezi a háromszögeket, négyszögeket, köröket;
- megkülönböztet tükrösen szimmetrikus és tükrösen nem szimmetrikus síkbeli alakzatokat;
- megszámlálja az egyszerű szögletes test lapjait;
- tudja a téglalap oldalainak és csúcsainak számát,
- megmutatja a téglalap azonos hosszúságú oldalait,
- megfigyeli a kocka mint speciális téglatest és a négyzet mint speciális téglalap tulajdonságait;
- megnevezi megfigyelt tulajdonságai alapján a téglatestet, kockát, téglalapot, négyzetet.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Testek, síkbeli alakzatok halmazokba rendezése közös tulajdonság alapján
- Halmazba nem tartozó alakzatok keresése
- Testek jellemző tulajdonságainak keresése, megfigyelése, megnevezése: sík vagy görbe felületek,
- Síkbeli alakzatok jellemző tulajdonságainak keresése, megfigyelése, megnevezése: egyenes vagy görbe határvonalak,
- Egyszerű szögletes testek lapjainak, éleinek, csúcsainak megszámlálása
- Téglatest tulajdonságainak megfigyelése tevékenységek során: lapok alakja, egy csúcsból induló élek száma, élek hossza

- Kocka kiemelése a téglatestek közül
- Sokszögek oldalainak és csúcsainak megszámlálása
- Téglalap tulajdonságainak megfigyelése: szögek, oldalak, szimmetria
- Négyzet kiemelése a téglalapok közül oldalai és szimmetriái alapján
- Testek, síkbeli alakzatok jellemzése megfigyelt tulajdonságok alapján

#### **FOGALMAK**

lap, él, téglatest, kocka, szög, derékszög

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Barkochbázás a teremben lévő tárgyak geometriai tulajdonságai alapján
- Egyszerű szögletes testek építése pálcikákból és gyurmagolyókból
- „Keveredj! Állj meg! Csoportosulj!” játék, sokszögek megjelenítése
- Sokszögek építése szívószálakból
- „Saját testen jeleníts meg derékszöget!”, például ujjak, kar, láb, mérlegállás
- A4-es papírból hajtással és tépéssel négyzet készítése;

#### **TÉMAKÖR: Transzformációk**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- tapasztalattal rendelkezik mozgással, kirakással a tükörcép előállításáról;
- szimmetrikus alakzatokat vízszintesen különböző eszközökkel; felismeri a szimmetriát valóságos dolgokon,
- ellenőrzi a tükrözés, eltolás helyességét tükör segítségével;
- követi a sormintában vagy a síkmintában lévő szimmetriát;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Szimmetriák, tükörcépek megfigyelése a természetes és az épített környezetben térben és síkban
- Síkbeli alakzatok tükrötengelyeinek keresése tükörrel, hajtogatással
- Formák eltolása a síkban; az eltolt alakzat összehasonlítása a tükrözéssel keletkező alakzattal; ellenőrzés másolópapírral
- Játékok, tevékenységek során alakzatok elforgatott, eltolt, tükrös képeinek felismerése a síkban és a térben

#### **FOGALMAK**

eltolt kép, mozgatás, elforgatott kép

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Tengelyesen szimmetrikus alakzat kiegészítése
- Pálcikákból kirakott alakzat kétszeresére nagyítása
- Pontrácsra, négyzetrácsra rajzolt ábra kétszeresére nagyítása, felére kicsinyítése

#### **TÉMAKÖR: Tájékozódás térben és síkon**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

##### **A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- helyesen használja az irányokat és távolságokat jelölő kifejezéseket térben és síkon;

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Irányokat, távolságokat jelölő szavak használata térben és síkban
- Térbeli tájékozódást segítő játékok, tevékenységek
- Útvonal bejárásának irányítása térbeli viszonyokat kifejező szavak segítségével
- Térbeli és síkbeli elhelyezkedést kifejező szavak használata tevékenységekben és játékos szituációkban
- Egyszerű térképek készítése
- Tájékozódás négyzethálón, térképen

#### **FOGALMAK**

négyzetháló, térkép

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Robot célhoz irányítása szerepjátékkal: bekötött szemű gyerek irányítása adott célhoz, a célban a kendő levétele után azonos úton visszatalálás a kiindulóponttra
- „Vonalvezetős” játék irányok és távolságok megadásával, melynek során különböző formák rajzolódnak ki a négyzethálón, például 2 lépés fel, 3 lépés balra...
- Kincskeresés utasítások alapján
- „Torpedó” játék
- Térkép készítése tanteremről, iskolaudvarról, útvonalakról

## **TÉMAKÖR: Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése**

**ÓRASZÁM: 8 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- részt vesz memóriajátékokban különféle tulajdonságok szerinti párok keresésében;
- összefüggéseket keres sorozatok elemei között;
- megadott szabály szerint sorozatot alkot; tárgyakkal, logikai készletek elemeivel kirakott periodikus sorozatokat folytat;
- felsorolja az évszakokat, hónapokat, napokat, napszakokat egymás után, tetszőleges kezdőponttól is;
- ismert műveletekkel alkotott sorozat, táblázat szabályát felismeri; ismert szabály szerint megkezdett sorozatot, táblázatot helyesen, önállóan folytat;
- tárgyakkal, számokkal kapcsolatos gépjátékhoz szabályt alkot;

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Az évszakok, hónapok, napok elsorolása egymás után tetszőleges kezdőpontból
- Ismert műveletekkel alkotott sorozat szabályának felismerése
- Megkezdett sorozat folytatása a felismert szabály szerint mindkét irányba
- Sorozat szabályának megfogalmazása,
- Gépjátékok különféle elemekkel (például: tárgyak, számok, alakzatok)
- Gépjátékhoz szabály alkotása; az egyszerű gép szabályának megfordításával nyert gép szabályának felismerése
- Szabályjátékok során a felismert kapcsolat alapján további elempárok, elemhármak létrehozása
- Táblázatokban, gépjátékokban a felismert összefüggések megfogalmazása, egyszerűbb esetekben jelekkel is (például: nyíljelöléssel vagy nyitott mondattal)
- Sorozatok, szabályjátékok alkotása

### **FOGALMAK**

táblázat, nyitott mondat

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Sorminták keresése környezetünkben, például épületeken, népviseleten
- Kakukktojás játékok
- „Milyen nap lesz?” fejtörők: például egy hét múlva; holnapután, ha tegnapelőtt hétfő volt
- Kapcsolatok megfigyelése oda-vissza, például szülő-gyerek, testvér, osztálytárs; alacsonyabb, magasabb, egyforma magas; idősebb, fiatalabb, ugyanannyi idős
- „Gépes játékok” egyváltozós, kétváltozós, fordított gépekkel számokkal, formákkal, szavakkal

## **TÉMAKÖR: Adatok megfigyelése**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- adatokat gyűjt a környezetében
- adatokat gyűjt ki táblázatból, adatokat olvas le diagramról;

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Minőségi és mennyiségi tulajdonsággal kapcsolatos adatok megfigyelése, gyűjtése, rögzítése tanítói segítséggel
- Adatgyűjtés vásárlással kapcsolatban (például: árak megfigyelése boltokban, nyugtán)
- Mért adatok lejegyzése
- Egyszerű diagramról adatok, összefüggések leolvasása

#### **FOGALMAK**

adat, diagram

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Mérések testnevelésórán, például időeredmények, kislabdadobás hossza, távolugrás hossza; eredmények rögzítése; ábrázolása közösen
- Csoportonként a csoport tagjaira jellemző egyszerű diagramok készítése úgy, hogy a többi csoport nem látja, mi készül; a kirakott vagy rajzolt diagramok alapján a csoport felismerése, azonosítása, például hány fiú, hány lány, hány szemüveges, hány nem szemüveges...

### **TÉMAKÖR: Valószínűségi gondolkodás**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- tapasztalatai alapján különbséget tesz a „biztos”, „lehetetlen”, „lehetséges, de nem biztos” események között;
- -megítéli a „biztos”, „lehetetlen”, „lehetséges, de nem biztos” eseményekkel kapcsolatos állítások igazságát;
- a valószínűségi játékokban, kísérletekben megfogalmazott előzetes sejtését, tippjét összeveti a megfigyelt előfordulásokkal.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Részvétel valószínűségi játékokban; intuitív esélylatolgatás, tipppek megfogalmazása
- „Biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetése
- Véletlen események gyakoriságának összeszámlálása, ábrázolása különféle módszerekkel: strigulázással, diagrammal, táblázatba rögzítéssel
- A „biztos” és „lehetetlen” cáfolata ellenpélda mutatásával

#### **FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Valószínűségi kísérlet nem kocka alakú doboz feldobásával: tippelés, 20 kísérletből melyik lapjára hányszor esik; ellenőrzés a kísérletek elvégzésével
- 10 korongot feldobunk, számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz;
- Gyerekek alkotta gyakorisági diagram: két kockával dobunk, és nézzük a dobott számok összegét; a gyerekek sorban egymás mellett állnak, mindenkinek a kezében egy szám van 1 és 13 között; akinek a száma a két kockával dobott számok összege, előre lép egyet
- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rajk ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegétől egy korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja

### **A fejlesztés várt eredményei tanév végén**

#### **A tanuló**

- képes adott tulajdonságú elemeket halmazba rendezni,
- felismeri, megnevezi a halmazba tartozó elemek közös tulajdonságait,
- képes annak eldöntésére, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba,
- tud 1000-es számkörben számokat írni, olvasni,
- ismeri és értelmezi a helyi érték, alaki érték, valódi érték fogalmát 1000-es számkörben,
- helyesen értelmezi a negatív számokat a mindennapi életben modell (hőmérséklet, adósság) segítségével,
- tud természetes számokat nagyság szerinti összehasonlítani 1000-es számkörben,

- alkalmazza a matematika különböző területein az ésszerű becslést és a kerekítést,
- képes pontosan számolni fejben száz-as számkörben,
- biztosan ismeri a szorzótáblát 100-as számkörben
- tud írásban háromjegyű számokat összeadni, kivonni, szorozni egyjegyű számmal
- képes a műveletek ellenőrzésére,
- szöveges feladatokat megold segítségével a megoldási algoritmus alkalmazásával (a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata)
- képes növekvő és csökkenő számsorozatok szabályának felismerésére, a szabály követésére,
- egyszerű gyakorlati példák esetén képes a hosszúság, távolság és idő mérésére,
- egyszerű módszerekkel felismer és létrehoz háromszöget, négyzetet, téglalapot, egyéb sokszöget,
- megérti a test és a síkidom közötti különbséget,
- felismeri a kockát, téglateetet,
- tudja megmérni a négyzet és a téglalap területét

## NEGYEDIK ÉVFOLYAM

<b>Témakör neve</b>	<b>óraszám</b>
Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata	3
Rendszerezés, rendszerképzés	5
Állítások	4
Problémamegoldás	5
Szöveges feladatok megoldása	10 + 2
Szám és valóság kapcsolata	4
Számlálás, becslés	5
Számok rendezése	3
Számok tulajdonságai	9
Számok helyi értékes alakja	5
Mérőeszköz használata, mérési módszerek	10
Alapműveletek értelmezése	3
Alapműveletek tulajdonságai	4
Szóbeli számolási eljárások	6
Fejben számolás	8
Írásbeli összeadás és kivonás	8+2
Írásbeli szorzás és osztás	9+2
Törtrészek	5+2
Negatív számok	3
Alkotás térben és síkon	4
Alakzatok geometriai tulajdonságai	4
Transzformációk	3
Tájékozódás térben és síkon	3
Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése	6
Adatok megfigyelése	4
Valószínűségi gondolkodás	3
<b>Összes óraszám:</b>	<b>136+ 8=144</b>

**TÉMAKÖR: Válogatás, halmazok alkotása, vizsgálata**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

**TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megkülönböztet, azonosít egyedi, konkrét látott, hallott, mozgással, tapintással érzékelhető tárgyakat, dolgokat, helyzeteket, jeleket;
- játékos feladatokban személyeket, tárgyakat, számokat, formákat néhány meghatározó tulajdonsággal jellemez;
- tudatosan emlékezetébe vési az észlelt tárgyakat, személyeket, dolgokat, és ezek jellemző tulajdonságait, elrendezését, helyzetét;
- válogatásokat végez saját szempont szerint személyek, tárgyak, dolgok, számok között;
- felismeri a mások válogatásában együvé kerülő dolgok közös és a különválogatottak eltérő tulajdonságát;
- folytatja a megkezdett válogatást felismert szempont szerint;
- személyek, tárgyak, dolgok, szavak, számok közül kiválogatja az adott tulajdonsággal rendelkező összes elemet;
- azonosítja a közös tulajdonsággal rendelkező dolgok halmazába nem való elemeket;
- megnevezi egy adott tulajdonság szerint ki nem válogatott elemek közös tulajdonságát a tulajdonság tagadásával;
- barkochbázik valóságos és elképzelt dolgokkal is, kerüli a felesleges kérdéseket;
- halmazábrán is elhelyez elemeket adott címkék szerint;

- adott, címkével ellátott halmazábrán elhelyezett elemekről eldönti, hogy a megfelelő helyre kerültek-e; a hibás elhelyezést javítja;
- talál megfelelő címkéket halmazokba rendezett elemekhez;
- megfogalmaz adott halmazra vonatkozó állításokat; értelemszerűen használja a „mindegyik”, „nem mindegyik”, „van köztük...”, „egyik sem...” és a velük rokon jelentésű szavakat;
- két szempontot is figyelembe vesz egyidejűleg;
- két meghatározott tulajdonság egyszerre történő figyelembevételével szétválogat adott elemeket: tárgyakat, személyeket, szavakat, számokat, alakzatokat;
- megfogalmazza a halmazára egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket;
- megítéli, hogy adott halmazra vonatkozó állítás igaz-e vagy hamis.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Barkochbázás konkrét tárgyak kirakása nélkül
- Barkochba játékokban minél kevesebb kérdésre törekvés
- Személyek, tárgyak, képek, alakzatok, jelek, számok válogatása választott vagy adott szempont, tulajdonság szerint
- Elkezdett válogatások esetén az elemek közös tulajdonságának felismerése, a válogatás szempontjának megfogalmazása; címkézés, a felismert szempont alapján a válogatás folytatása
- A halmazba nem való elemek esetén az elemek tulajdonságainak tagadása, a logikai „nem” használata
- Halmazok képzése tagadó formában megfogalmazott tulajdonság szerint, például *nem kör*
- Válogatások kétszer kétfelé (két szempont szerint) tárgyi tevékenységgel; az egy helyre kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságainak keresése, értése: a logikai „nem” és a logikai „és”
- Két halmaz közös részének jellemzése logikai „és”-sel
- Elemek elhelyezése halmazábrában, a halmazra egyes részeinek jellemzése, például piros, de nem háromszög; se nem piros, se nem háromszög
- A kétszer kétfelé (két szempont szerint) válogatás ábrázolása Venn-diagramon
- Konkrét halmazok közös részéből elemek felsorolása
- Két szempont egyidejű figyelembevétele, például: háromjegyű és számjegyeinek összege 8; tükrös és négy szöge van
- A logikai „és” helyes használata két halmaz közös részének jellemzésére

#### **FOGALMAK**

logikai „nem”, logikai „és”

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Barkochba játék különféle logikai készleteken többféle szabály szerint, például egyszerű barkochba, fordított barkochba, barkochba két elem egyszerre történő kitalálására, kapcsolati barkochba; ezek mindegyikének kipróbálása hazudósan is
- Játék tanulók által csoportban készített 3, 4 ábrás kártyakészlettel, tananyaghoz igazított tartalommal
- Játék tanulók által csoportban készített logikai kártyacsomaggal
- „Ország, város” játék számokkal: egy-egy oszlopnak egy-egy számtulajdonság felel meg; sorsolt számjegyekből az oszlopoknak megfelelő tulajdonságú számok előállítás
- „Kapuőr” útválasztó játék két kapuőrrel
- „Ki jut a várba?” játék
- Játék logikai lapokkal
- Tanulók, tárgyak válogatása két tulajdonság szerint két külön hulahoppkarikába, mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek helyének keresése, tanulói ötlet alapján a hulahoppkarikák összehúzósa (metszetképzés)
- Tárgyak, képek, alakzatok, számok válogatása két tulajdonság szerint papírlapra és madzagkarikába, mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek helyének keresése, a papírlappal és a madzagkarikával metszetképzés



## **TÉMAKÖR: Rendszerezés, rendszerképzés**

**ÓRASZÁM: 5 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- barkochbázik valóságos és elképzelt dolgokkal is, kerüli a felesleges kérdéseket;
- két szempontot is figyelembe vesz egyidejűleg;
- felsorol elemeket konkrét halmazok közös részéből;
- megfogalmazza a halmazábra egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket;
- keresi az okát annak, ha a halmazábra valamelyik részébe nem kerülhet egyetlen elem sem;
- adott elemeket elrendez választott és megadott szempont szerint is;
- sorba rendezett elemek közé elhelyez további elemeket a felismert szempont szerint;
- két, három szempont szerint elrendez adott elemeket többféleképpen is; segédeszközként használja a táblázatos elrendezést és a fadiagramot;
- megkeresi egyszerű esetekben a két, három feltételnek megfelelő összes elemet, alkotást;
- megfogalmazza a rendezés felismert szempontjait;
- megkeresi két, három szempont szerint teljes rendszert alkotó, legfeljebb 48 elemű készlet hiányzó elemeit, felismeri az elemek által meghatározott rendszert.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Elemek sorozatba rendezése az egyező és eltérő tulajdonságok száma alapján (például: a szomszédos elemek pontosan egy tulajdonságban különbözzenek)
- A válogatás, osztályozás, rendszerezés alkalmazása más tantárgyak tanulásakor
- Alkalmilag összeállított készletek és különféle teljes logikai készletek elemeinek egy vagy több szempont szerinti válogatása, rendszerezése tevékenységgel, mozgással
- Adott halmaz elemeinek rendszerezése megadott szempont szerint, különböző módszerekkel, például: táblázat, fadiagram, ágrajz
- Teljes rendszert alkotó legfeljebb 48 elemnél a hiány felismerése a rendszerezés elvégzése után
- Az összes, a feltételeknek megfelelő alkotás felsorolása egyszerű esetekben: 2-3 feltétel esetén, kis elemszámú problémánál

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Logikai lapokból „kígyó” vagy „háló” készítése, a szomszédos elemek között 1-2-3-4 eltérő tulajdonsággal
- „Királyos játék” logikai lapokkal
- Logikai készlet elemeinek körberakása egy különbséggel
- Két elem között további elemek segítségével útvonal építése a szomszédos elemekre vonatkozó feltétel alapján
- 3×3-as, 4×4-es táblázatba elemek rendezése feltételek alapján, például legyen közös tulajdonság soronként; lerakott elemek átrendezése; hiányzó elemek pótlása
- Úthálózaton való végighaladás: az elágazásokba útjelző táblákat rakunk a logikai készlet elemeinek tulajdonságai szerint; az úthálózatot a gyerekek végigjárják kezükben egy logikai elemmel; a megfelelő helyre kell érkezniük; az úthálózatot lerajzolják ágrajzként, a saját útvonalukat jelölik
- „Elvitte a szarka” játék, hiányzó elemek megtalálása
- Egyszerű logikai készlet készítése csoportmunkában, például tejföls poharakból; faágakból; spárgákából
- Logikai készlet elemeiből feltételeknek megfelelő összes elem kiválasztása, ágrajz kiegészítése, alkotása
- Szendvicsek készítése – összes lehetőség kirakása
- Sorba rendezős feladat: sorban mindenki rak egy új lehetőséget, például 2 piros, 2 kék gyöngyöt fűz fel fogpiszkálóra, úgy, hogy számít a sorrend; ha nem tud rakni, passzol, aki jót rakott, kap

egy zsetont, aki olyat rak, ami már volt, visszaad egy zsetont; amikor már senki sem tud rakni, közösen megbeszélik, hogy miért nincs több a kirakott elemek rendszerezésével

- Geometriai alkotások során az adott feltételeknek megfelelő alkotások gyűjtése, rendszerezési szempontok keresése tanítói segítséggel, például tetromino elemeinek megalkotása; 3×3-as pontrácson különböző háromszögek alkotása

### **TÉMAKÖR: Állítások**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megítéli, hogy adott halmazra vonatkozó állítás igaz-e vagy hamis;
- megfogalmaz adott halmazra vonatkozó állításokat; értelemszerűen használja a „mindegyik”, „nem mindegyik”, „van köztük...”, „egyik sem...” és a velük rokon jelentésű szavakat;
- megfogalmazza a halmazábra egyes részeibe kerülő elemek közös, meghatározó tulajdonságát; helyesen használja a logikai „nem” és a logikai „és” szavakat, valamint a velük azonos értelmű kifejezéseket;
- tudatosan emlékezetébe vés szavakat, számokat, utasítást, adott helyzetre vonatkozó megfogalmazást;
- hiányos állításokat igazzá tevő elemeket válogat megadott alaphalmazból;
- egy állításról ismeretei alapján eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- ismeretei alapján megfogalmaz önállóan is egyszerű állításokat;
- példákat gyűjt konkrét tapasztalatai alapján matematikai állítások alátámasztására.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Adott konkrét helyzetről köznyelvi és matematikai tartalmú állítások megfogalmazása szabadon és irányított megfigyelések alapján
- Konkrét, megfigyeléssel ellenőrizhető állítások igazságának és hamisságának eldöntése
- Adott halmazra és egyes részeire vonatkozó állítások megfogalmazása
- Halmazra és a halmaz részhalmazaira vonatkozó állítások igazságának eldöntése
- Igaz és hamis állítások alátámasztására példák és ellenpéldák keresése, felsorolása
- Személyekre, tárgyakra, formákra, számokra vonatkozó hiányos állítások kiegészítése igazzá, nem igazzá; kis elemszámú alaphalmazon az összes igazzá tevő elem, elempár megkeresése
- Lezárt hiányos állítások igazságának megítélése

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Telefonos” játék
- „Rontó” játék
- „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, 1 hamisat, 2 igazat; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
- Papírcsíkon egy olyan állítás szerepel, amely két helyen is hiányos, a hiányt konkrét dobozok jelzik; a mondat kiegészítése azzal, hogy a dobozokba elemeket választunk, például: „A ... rúd hosszabb, mint a ... rúd”, olyan rúdpárok keresése, amelyek igazzá teszik a mondatot, illetve amelyek hamissá
- „Mastermind” játék színekkel és számokkal

### **TÉMAKÖR: Problémamegoldás**

**ÓRASZÁM: 5 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- a tevékenysége során felmerülő problémahelyzetben megoldást keres;
- kérésre, illetve problémahelyzetben felidézi a kívánt, szükséges emlékképet;
- megfogalmazott problémát tevékenységgel, megjelenítéssel, átfogalmazással értelmez;
- az értelmezett problémát megoldja;

- a problémamegoldás során a sorrendben végzett tevékenységeket szükség szerint visszafelé is elvégzi;
- megoldását értelmezi, ellenőrzi;
- kérdést tesz fel a megfogalmazott probléma kapcsán;
- tevékenység, ábrarajzolás segítségével megold egyszerű, következtetési szöveges feladatokat;
- egy- és többszemélyes logikai játékokban döntéseit mérlegelve előre gondolkodik.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Hétköznapi helyzetekben, tevékenységek során felmerülő problémahelyzet felismerése, arra megoldás keresése
- Hiányzó információk pótlása méréssel, számlálással, információgyűjtéssel
- Megfogalmazott probléma értelmezése tevékenységgel, megjelenítéssel, átfogalmazással
- Tevékenységgel, megjelenítéssel értelmezett probléma megoldása
- A kapott megoldás visszahelyezése a szituációba, a megoldás értelmezése
- Ellenőrzés: a kapott megoldás megfelel-e a megadott feltételeknek
- Kérdésfeltevés a problémahelyzet kapcsán
- Többlépéses cselekvéssor, műveletsor elvégzése visszafelé is
- Visszafelé gondolkodással következtetési feladatok megoldása
- Egyszerű következtetési szöveges feladatok megoldása, például: tevékenységgel, ábrarajzolással, szakaszos ábrázolással
- Egyszerű gondolkodtató, logikai feladatok megoldásának keresése
- Egy- és többszemélyes logikai játékokban egy-két lépéssel előre tervezés
- Többféle megoldási mód keresése, a különböző megoldási módok értékelése

#### **FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- A gyerekek hétköznapi életével kapcsolatos információk gyűjtése csoportokban, például menetrend, nyitvatartási idő, belépődíjak, árak, étteremben étlap, boltban árak
- Adatok felhasználása csoportmunkában, például plakát tervezéséhez; képzelt interjú lejátékszásához
- Kirándulás, kulturális program (múzeum-, színházlátogatás) tervezése: útiterv, költségek, időbeosztás, ismertető
- Problémák lejátékozása szerepjátékként, bábokkal, absztrakt eszközökkel (korong, pálcika, kupakok, színes rudak), például „fejek-lábak” feladat, „megevett gombócok” feladat
- Logikai rejtvények, történetek
- „Gondoltam egy számot”
- Nim játékok
- Egyszerűbb táblás logikai, stratégiai játékok; kártyajátékok
- Logikai rejtvények egyszerűbb feladványai, például: sudoku-variációk, Gokigen Naname (Labirintusépítés), Kakuro (Számkeresztrejtvény), Hashiwokakero (Hídépítés), Grafilogika

#### **TÉMAKÖR: Szöveges feladatok megoldása**

**ÓRASZÁM: 10+ 2 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- értelmezi, elképzei, megjeleníti a szöveges feladatban megfogalmazott hétköznapi szituációt;
- szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémát megold matematikai ismeretei segítségével;
- tevékenység, ábrarajzolás segítségével megold egyszerű, következtetési, szöveges feladatokat;
- megkülönbözteti az ismert és a keresendő (ismeretlen) adatokat;
- megkülönbözteti a lényeges és a lényegtelen adatokat;
- az értelmezett szöveges feladathoz hozzákapcsol jól megismert matematikai modellt;

- a megválasztott modellen belül meghatározza a keresett adatokat;
- a modellben kapott megoldást értelmezi az eredeti problémára; arra vonatkoztatva ellenőrzi a megoldást;
- választ fogalmaz meg a felvetett kérdésre;
- önállóan értelmezi a hallott, olvasott matematikai tartalmú szöveget;
- nyelvi szempontból megfelelő választ ad a feladatokban megjelenő kérdésekre.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- A hallott, olvasott matematikai tartalmú szöveg önálló értelmezése
- Hétköznapi felmerülő matematikai tartalmú problémákkal kapcsolatos szöveges feladatok értelmezése, megoldása (például: bajnokság, időbeosztás, vásárlás, sütés-főzés)
- Szöveges feladatok olvasása, értelmezése, eljátszása, megjelenítése kirakásokkal, rajzokkal önállóan
- Adatok gyűjtése, lényeges adatok kiemelése
- Kérdés értelmezése, keresendő adatok azonosítása
- Adatok különböző típusainak megkülönböztetése, például: felesleges, hiányos
- Adatok és azok kapcsolatainak megjelenítése valamilyen szimbolikus rajz, matematikai modell segítségével, például művelet, táblázat, szakaszos ábra, nyíldiagram, halmazábra, sorozat
- Ismeretlen adatok meghatározása a modellen belül
- Egy-, kétlépéses alpműveletekkel leírható szöveges feladatok megoldása
- Fordított szövegezésű feladatok értelmezése, megoldása
- Megoldás értelmezése az eredeti problémára, ellenőrzés
- Nyelvi és matematikailag helyes válasz megfogalmazása
- Szöveges feladatok alkotása hétköznapi szituációkra, adott matematikai modellhez, számfeladathoz

#### **FOGALMAK**

felesleges adat

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Beszélgetés, történetmesélés eseményképekről, ábrákról szabadon és egy-egy részletre fókuszálva is
- Hétköznapi helyzetekből matematikai tartalmú állítások megfogalmazása
- Szétvágott szöveg egyes darabjainak értelmezése külön-külön, a darabok összerakása és értelmezése
- „Mondd ugyanazt kicsit másképp, kicsit egyszerűbben”: szöveg átfogalmazása (egyre egyszerűbb alakra) láncban
- „Mi változott?” játék mondatokkal: változtatunk egy szót, toldalékot vagy a szavak sorrendjét; „Változott-e a szöveg értelme?”
- „Egynyelvű szótár” játék: szómagyarázat, esetleg a letakart (nem értett) szó jelentésének kitalálása a szövegkörnyezetből
- Szöveges feladatban leírt szituáció kirakása különböző eszközökkel, színes rudakkal
- Többféle modell közül a megfelelők kiválasztása adott szöveges feladathoz
- „Feladatküldés” szöveges feladatokkal: csoportonként adott helyzethez, képhez, modellhez szöveges feladat alkotása; a feladat továbbadása másik csoportnak, ami visszaküldi a megoldást; a feladatírók ellenőrzik

#### **TÉMAKÖR: Szám és valóság kapcsolata**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- összehasonlít véges halmazokat az elemek száma szerint;
- ismeri két halmaz elemeinek kölcsönösen egyértelmű megfeleltetését (párosítását) az elemszámok szerinti összehasonlításra;

- helyesen alkalmazza a feladatokban a több, kevesebb, ugyanannyi fogalmakat 10 000-es számkörben;
- helyesen érti és alkalmazza a feladatokban a „valamennyivel” több, kevesebb fogalmakat;
- érti és helyesen használja a több, kevesebb, ugyanannyi relációkat halmazok elemszámával kapcsolatban, valamint a kisebb, nagyobb, ugyanakkora relációkat a megismert mennyiségekkel (hosszúság, tömeg, űrtartalom, idő, terület, pénz) kapcsolatban 10 000-es számkörben;
- használja a kisebb, nagyobb, egyenlő kifejezéseket a természetes számok körében;
- helyesen használja a mennyiségi viszonyokat kifejező szavakat, nyelvtani szerkezeteket;
- megfelelő szókincset és jeleket használ mennyiségi viszonyok kifejezésére szóban és írásban.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Természetes szám darabszám, mérőszám és értékmérő tartalommal 10 000-es számkörben
- Számkörbővitések során valóságos tapasztalatszerzés a nagyobb számokról konkrét számlálással, egyénileg és csoportosan végzett tevékenységekkel (például: 415 kukoricaszem, 120 pálcika/gyerek, 4512 db papír zsebkendő 100-as csomagolású papír zsebkendő segítségével kirakva)
- Tapasztalatszerzés nagy számok mérőszámként való megjelenéséről a valóságban (például: 4512 cm, 4512 mm, 4512 g, 4512 másodperc)
- Mennyiségek (hosszúság, tömeg, terület, űrtartalom, idő, pénz) összehasonlítása mérőszámaik alapján, kisebb, nagyobb, ugyanakkora relációk felismerése, megnevezése 10 000-es számkörben
- A természetes számok körében a kisebb, nagyobb, egyenlő kifejezések helyes használata
- Mennyiségekre vonatkozó feladatokban a több, kevesebb, ugyanannyi fogalmak helyes használata 10 000-es számkörben
- A mennyiségi viszonyokat kifejező szavak, nyelvtani szerkezetek helyes használata
- A mennyiségi viszonyokat kifejező szimbólumok helyes használata szóban és írásban

#### **FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Alakzatok rajzolása milliméterpapíron a vonalak mentén; „Hány kis négyzetből áll a bekerített rész?”
- Különböző számok kivágása négyzethálós füzetből és milliméterpapírból is, például 347 az 3 db 10×10-es négyzet, 4 db 10-es csík és 1 db 7-es csík (fektetve)
- Mérések különféle mértékegységekben, a mérés pontosságának korlátai, szükséges mértékegységekértő megválasztása, például „Mit mivel és miben mérjük?”; iskolás gyerekek tömegét grammban mérni felesleges; füzet hosszát érdemes lehet milliméterben megadni, de egy futópálya hosszát nem

#### **TÉMAKÖR: Számlálás, becslés**

**ÓRASZÁM: 5 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megszámlál és leszámál; adott (alkalmilag választott vagy szabványos) egységgel meg- és kimér a 10 000-es számkörben; oda-vissza számlál kerek tízesekkel, százassal, ezresekkel;
- ismeri a következő becslési módszereket: közelítő számlálás, közelítő mérés, mérés az egység többszörösével; becslését finomítja újrabecsléssel.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Számlálások egyesével, kerek tízesekkel, százassal, ezresekkel oda-vissza 10 000-es számkörben eszközökkel (például: hétköznapi tárgyak, abakusz, pénz) és eszközök nélkül
- Tapasztalatszerzés darabszámok, mennyiségek becslésével kapcsolatban 10 000-es számkörben
- Becslés szerepének, korlátainak tudatosítása
- Becslési módszerek ismerete, közelítő számítás, kerekítés, közelítés pontosítása, becslés finomítása, újrabecslés valóságos dolgokkal, mennyiségekkel gyakorlati helyzetekben (például vásárlás), számítások ellenőrzésekor
- Becslések értékelése

## FOGALMAK

Nincs új fogalom.

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Nagy számok előfordulása mérőszámként: „Hány darab 5 forintos szükséges egymás mellé rakva, egymásra rakva például 1 méterhez, 10 méterhez; 1 kg-hoz, 10 kg-hoz”; „1000 db, 10 000 db 5 forintos milyen hosszú egymás mellé rakva, milyen magas egymásra rakva, milyen nehéz, miben lehetne tárolni, mennyi idő alatt lehetne leszámolni ennyi darabot?”; „Mire elég 1000, 10 000 másodperc? Mire elég 1000, 10 000 perc?”
- Abakuszon, szorobánon számlálás

## TÉMAKÖR: Számok rendezése

ÓRASZÁM: 3 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- nagyság szerint sorba rendez számokat, mennyiségeket;
- megadja és azonosítja számok sokféle műveletes alakját;
- megtalálja a számok helyét, közelítő helyét egyszerű számegyenesen, számtáblázatokban, a számegyenesnek ugyanahhoz a pontjához rendeli a számokat különféle alakjukban a 10 000-es számkörben;
- megnevezi a 10 000-es számkör számainak egyes, tízes, százás, ezres szomszédjait, tízesekre, százásokra, ezresekre kerekített értékét.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Számok nagyság szerinti összehasonlítása művelettel megadott alakokban is (például:  $2000/2$ ,  $500 \cdot 2$ ,  $1250 - 250$ ): melyik nagyobb, mennyivel nagyobb, (körülbelül) hányszor akkora, hányada
- Mennyiségi viszonyok jelölése nyíllal vagy a  $<$ ,  $>$ ,  $=$  jelekkel
- Számegyenes rajzolása a számok helyének jelölésével 10 000-es számkörben
- Számegyenes irányának, egységének megadása két szám kijelölésével
- Leolvasások a számegyenesről; számok, műveletes alakban megadott számok (például:  $300 - 160$ ,  $40 \cdot 20$ ) helyének megkeresése a számegyenesen 10 000-es számkörben
- Számok, mennyiségek nagyság szerinti sorba rendezése, helyük megtalálása a számegyenesen
- Számok helyének azonosítása különböző tartományú és léptékű számtáblákon, például: 300-tól 400-ig egyesével; 1200-tól 2850-ig tízesével
- Számok egyes, tízes, százás, ezres szomszédainak ismerete 10 000-es számkörben
- Számok tízesekre, százásokra, ezresekre kerekítése 10 000-es számkörben

## FOGALMAK

százás számszomszéd, ezres számszomszéd, kerekítés

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Kukás” játék három vagy négy dobókocka segítségével alkotott számokkal
- Különböző módon megadott számok (például építőjáték-elemekkel, abakusszal, pénzzel) rendezése növekvő vagy csökkenő sorba
- „Mi változott?” játék madzagra csipeszelt számokkal
- Számok pontos helyének megtalálása egyre kisebb léptékű számegyenesek segítségével
- Számegyenes léptékének meghatározása olyan számegyenesen, ahol ismert két szám, valamint a köztük lévő egységek száma

## TÉMAKÖR: Számok tulajdonságai

ÓRASZÁM: 9 óra

A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- számokat jellemez tartalmi és formai tulajdonságokkal;
- számot jellemez más számokhoz való viszonyával;

- ismeri a római számjelek közül az I, V, X jeleket, hétköznapi helyzetekben felismeri az ezekkel képzett számokat.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Számok kifejezése művelettel megadott alakokkal
- Párosság és páratlanság fogalmának értelmezése párosítással és két egyenlő részre osztással a 10 000-es számkörben
- Hármásával, négyesével, ötösével... és 3, 4, 5... egyenlő darabszámú csoportból kirakható számok megfigyelése és gyűjtése különféle eszközökkel végzett csoportosítások, építések, megfigyelések során
- Háromszögszámok, négyzetszámok gyűjtése különféle eszközökkel végzett alkotások során
- Számok jellemzése más számokhoz való viszonyukkal, például: adott számnál nagyobb, kisebb valamennyivel, adott számnak a többszöröse
- Számok formai tulajdonságainak megfigyelése: számjegyek száma, számjegyek egymáshoz való viszonya, számjegyeinek összege
- Számok tartalmi, formai jellemzése, egymáshoz való viszonyuk kifejezése kitalálós játékokban
- A római számjelek közül az I, V, X jelek, valamint az ezekből képezhető számok írása, olvasása a hétköznapi helyzetekben, például: óra, keltezés, kerületek jelölése

#### **FOGALMAK**

három- és négyjegyű számok, római számok

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Ország, város” játék számtulajdonságokkal
- Számtulajdonságokra épülő bűvésztrükkök megismerése, megértése
- Háromszögszámok, négyzetszámok kirakása például színes rudakkal, korongokkal, négyzethálón történő bekerítéssel, szöges táblán
- „Hoci, nesze” játék
- Felcsavart számegetes: papírcsík felcsavarása szabályos három-, négyszög alapú hasáb alakú dobozra, majd a hajtások közé a számok felírása egyesével növekedve; annak megfigyelése, hogy mely számok kerültek azonos lapra; képzeletben további számok vizsgálata a felismert szabályosság szerint
- Római számokhoz kapcsolódó gyufarejtvények megoldása

#### **TÉMAKÖR: Számok helyi értékes alakja**

**ÓRASZÁM: 5 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- összekapcsolja a tízes számrendszerben a számok épülését a különféle számrendszerekben végzett tevékenységeivel;
- érti a számok ezresek, százaskból, tízesekből és egyesekből való épülését, ezresek, százaskok, tízesek és egyesek összegére való bontását;
- érti a számok számjegyeinek helyi, alaki, valódi értékét;
- helyesen írja és olvassa a számokat a tízes számrendszerben 10 000-ig.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Csoportosítások, beváltások tízes számrendszerben különféle eszközökkel a 1000-es és 10 000-es számkörben, például előre csomagolt, illetve jól csomagolható tárgyakkal, pénzekkel, abakusszal
- Mérések különböző egységekkel és többszöröseikkel
- Leltárak készítése tízes számrendszerben az elvégzett tevékenységek alapján 1000-es és 10 000-es számkörben
- Számok ezresekre, százaskokra, tízesekre és egyesekre bontott alakjainak előállítás, felismerése nem csak rendezett alakban eszközzel (például: pénz) és eszköz nélkül
- Számok írása, olvasása helyiérték-táblázat alapján
- A helyi értékek egymáshoz való viszonyának megértése
- Számok számjegyeinek helyi, alaki és valódi értéke tapasztalatok alapján

- Helyi érték, alaki érték, valódi érték fogalmának ismerete
- Számok írása, olvasása számrendszeres, azaz helyi értékes alakjukban, 10 000-es számkörben
- Számok nagyság szerinti összehasonlítása hallás alapján és leírt jelük alapján 10 000-es számkörben

#### **FOGALMAK**

helyi érték, alaki érték, valódi érték, százas, ezres, tízezres, helyiérték-táblázat, tízes számrendszer

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Apró tárgyak csoportosítása, beváltása, leltározása tojásokkal, tojástartóval a számlálás megkönnyítésére
- Apró tárgyak kifizetése legkevesebb érmével (1, 10, 100 és 1000 forintossal), például „Minden babszem 1 forint”
- Leltározás alapján helyiérték-táblázat bevezetése
- Tevékenységek Dienes-készlettel
- Számok megjelenítése abakuszon, szorobánon
- „Kukás” játék három vagy négy dobókockával alkotott számokkal
- „Ki vagyok én?” játék számokkal, például a tízes helyi értéken 5, az egyes helyi értéken kettővel kisebb, a százask helyén páratlan szám áll; a meghatározások fokozatosan vezessenek a megoldáshoz
- Letakart számjegyek esetén számok összehasonlítása
- Számok valódi értékének változtatása a számjegyek felcserélésével, a változás irányának és mértékének meghatározása

#### **TÉMAKÖR: MÉRŐESZKÖZ HASZNÁLATA, MÉRÉSI MÓDSZEREK**

**ÓRASZÁM: 10 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megbecsül, mér alkalmi és szabványos mértékegységekkel hosszúságot, tömeget, űrtartalmat és időt;
- helyesen alkalmazza a mérési módszereket, használ skálázott mérőeszközöket, helyes képzele van a mértékegységek nagyságáról;
- helyesen használja a hosszúságmérés, az űrtartalommérés és a tömegmérés szabványegységei közül a következőket: mm, cm, dm, m, km; ml, cl, dl, l; g, dkg, kg;
- ismeri az időmérés szabványegységeit: az órát, a percet, a másodpercet, a napot, a hetet, a hónapot, az évet;
- ismer hazai és külföldi pénzcímleteket 10 000-es számkörben;
- alkalmazza a felváltást és beváltást különböző pénzcímletek között;
- összeveti azonos egységgel mért mennyiség és mérőszáma nagyságát, összeveti ugyanannak a mennyiségnek a különböző egységekkel való mérésekor kapott mérőszámait;
- megméri különböző sokszögek területét különböző egységekkel;
- területet mér különböző egységekkel lefedéssel vagy darabolással;
- alkalmazza a felváltást és beváltást különböző pénzcímletek között;
- ismer a terület és kerület mérésére irányuló tevékenységeket.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Mennyiségek érzékszervi összehasonlítása
- Mennyiségek összemérése
- Mérési módszerek alkalmazása
- Mennyiségek becslése, kimérése, megmérése szabványmértékegységek közül a következőkkel: mm, cm, dm, m, km; ml, cl, dl, l; g, dkg, kg
- Hétköznapi tapasztalatok szerzése a szabványmértékegységek nagyságáról
- Szabványos mérőeszközök használata
- Időbeli tájékozódás, időbeli periódusok közti tájékozódás; időbeli relációt tartalmazó szavak értő használata



- Időpontok leolvasása különféle órákról, időtartamok meghatározása
- Időbeli tájékozódás, időbeli periódusok kapcsolatai; időbeli relációt tartalmazó szavak értelmezése
- Időpontok és időtartamok közötti összefüggés megértése
- Különböző hazai és külföldi pénzek címleteinek megismerése 10 000-es számkörben
- Összefüggések megtapasztalása a mennyiségek nagysága, az egység nagysága és a mérőszámok között
- Mértékváltás eszköz segítségével
- Nagyobb pénzek címleteinek felváltása, kisebb pénzek beváltása hazai és külföldi pénzegységekkel egyaránt
- Takarékoság fontosságának megértése elvégzett mérésekre alapozva (például: csöpögő csapból elpazarolt vízmennyiség; műanyag flakon térfoglalása a szelektív kukában eredeti méretben és összenyomva)
- Síkbeli alakzatok kerületének becslése, mérése alkalmi és szabványegységekkel különféle eszközök segítségével (például: fonal, négyzetrács, vonalzó)
- Síkbeli alakzatok területének becslése, mérése különféle alkalmi egységekkel való lefedéssel vagy darabolással (például: körlapokkal, mozaiklapokkal, négyzetlapokkal)
- A terület és kerület szavak értő használata

### **FOGALMAK**

kerület, km, ml, cl, g, dkg

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Osztályterem kicsinyített makettjének elkészítése
- Teli bevásárlószatyor tömegének becslése, mérése, kiszámolása
- Süteménykészítés recept alapján, a hozzávalók kimérése
- Iskolai vagy osztályelőadás időbeosztásának elkészítése
- Kerület mérése, például az alakzat madzaggal való körbemérésével, az alakzat görgetésével félegyenesen
- Szabálytalan és szabályos alakzatok lefedése például körlapokkal, mozaiklapokkal, négyzetlapokkal; lefedés után annak vizsgálata, hogy melyik fedi legpontosabban az alakzatot
- Tenyér körberajzolása négyzethálón, a tenyér nagyságának becslése kis négyzetekben; kis négyzetek számlálása; a tenyér méretének meghatározása négyzetcentiméterben
- Területfoglaló játékban a megszerzett területek „okos” számlálása
- „Lefedő” játék:  $10 \times 10$ -es négyzetben felváltva téglalapokat fed le két játékos színes rudakkal; 2 kockával dobnak; a dobott számok szorzata a lefedhető téglalap négyzeteinek száma; a téglalapot tetszőlegesen lehet lefedni úgy, hogy még beleférjen a nagy négyzetbe, és illeszkedjen vagy egy korábbi téglalap oldalához, vagy a nagy négyzet oldalához

### **TÉMAKÖR: Alapműveletek értelmezése**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- helyesen értelmezi a 10 000-es számkörben az összeadást, a kivonást, a szorzást, a bennfoglaló és az egyenlő részekre osztást;
- hozzákapcsolja a megfelelő műveletet adott helyzethez, történéshez, egyszerű szöveges feladathoz;
- értelmezi a műveleteket megjelenítéssel, modellezéssel, szöveges feladattal;
- helyesen használja a műveletek jeleit;
- megérti a következő kifejezéseket: tagok, összeg, kisebbítendő, kivonandó, különbség, tényezők, szorzandó, szorzó, szorzat, osztandó, osztó, hányados, maradék;
- szöveghez, valós helyzethez kapcsolva zárójelet tartalmazó műveletsort értelmez, elvégez;
- szöveges feladatokban a különböző kifejezésekkel megfogalmazott műveleteket megérti;
- szöveget, ábrát alkot matematikai jelekhez, műveletekhez.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Összeadás és kivonás értelmezései és kapcsolatuk 1000-es, 10 000-es számkörben
- Szorzás és osztás értelmezései és kapcsolatuk a 10 000-es számkörben
- Maradékos osztásra vezető tevékenységek végzése, feladatok megoldása
- Műveletről szöveges feladat, ábra készítése; műveletek eljátszása, lerajzolása, szöveggel értelmezése
- Szöveges feladatokban a különböző kifejezésekkel megfogalmazott műveletek megértése
- A műveletekben szereplő számok megnevezésének ismerete, megértése: tényezők, szorzat, osztandó, osztó, hányados, maradék
- Zárójel használata konkrét esetekben megfogalmazott problémák leírásához, megoldásához

#### **FOGALMAK**

tag, tényező, szorzat, osztandó, osztó, hányados, maradék, maradékos osztás, zárójel

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Maradékos osztás lejátszása pénzekkel, részekre osztással
- Adott kirakáshoz, ábrához többféle művelet keresése, leírása
- Adott kirakás, ábra tagolása, majd a tagolás alapján zárójelet tartalmazó műveletsorok felírása, például szöges táblán kifeszített  $8 \times 7$ -es terület tagolása szívószállal, négyzethálón körülkerített  $12 \times 36$ -os terület tagolása vonalzóval húzott egyenesekkel
- Összetett szöveges feladatok leírása egy műveletsorral; több műveletsor közül az adott szöveges feladathoz illő modell kiválasztása; műveletsorhoz szöveges feladat fogalmazása „feladatküldéssel”

### **TÉMAKÖR: Alapműveletek tulajdonságai**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- számolásaiban felhasználja a műveletek közti kapcsolatokat, számolásai során alkalmazza konkrét esetekben a legfontosabb műveleti tulajdonságokat;
- megold hiányos műveletet, műveletsort az eredmény ismeretében, a műveletek megfordításával is;
- alkalmazza a műveletekben szereplő számok (kisebbitendő, kivonandó és különbség; tagok és összeg; tényezők és szorzat; osztandó, osztó és hányados) változtatásának következményeit.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Műveleti tulajdonságok megfigyelése tapasztalások során: tagok, tényezők felcserélhetősége, csoportosíthatósága; összeg, különbség szorzása, szorzat széttagolása
- Műveleti tulajdonságok alkalmazása számolási eljárásokban, szöveges feladatokban, ellenőrzésnél
- Hiányos művelet és műveletsorok megoldása az eredmény ismeretében a művelet megfordításával is 10 000-ig
- Műveletekben szereplő számok változtatása közben az eredmény változásának megfigyelése; a tapasztalatok alkalmazása számolásnál
- Műveletek közötti kapcsolatok megfigyelése; alkalmazása ellenőrzéshez és a számolási módok egyszerűsítésére

#### **FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Babos” játék számokat képviselő papírlapokkal, színes rudakkal
- Számépítések, például: célszám megközelítése adott számjegyekkel és műveleti jelekkel
- Gondolt számmal való műveletvégzés: ha páros, el kell osztani 2-vel, ha páratlan, akkor meg kell szorozni 3-mal és hozzá kell adni 1-et; a műveletsort addig kell ismételni, amíg a végére nem érünk

## **TÉMAKÖR: Szóbeli számolási eljárások**

**ÓRASZÁM: 6 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- alkalmazza a számolást könnyítő eljárásokat;
- érti a 10-zel, 100-zal, 1000-rel való szorzás, osztás kapcsolatát a helyiérték-táblázatban való jobbra, illetve balra tolódással, fejben pontosan számol a 10 000-es számkörben a számok 10-zel, 100-zal, 1000-rel történő szorzásakor és maradék nélküli osztásakor;
- elvégzi a feladathoz szükséges észszerű becslést, mérlegeli a becslés során kapott eredményt;
- teljes négyjegyűek összegét, különbségét százásokra kerekített értékekkel megbecsüli, teljes kétjegyűek két- és egyjegyűvel való szorzatát megbecsüli.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Számolási eljárások a műveletek értelmezései alapján 10 000-es számkörben
- Számolási eljárások szám- és műveleti tulajdonságok felhasználásával 10 000-es számkörben
- A 100-as számkörben tanult számolási eljárások gyakorlása és analógiák alapján történő kiterjesztése a 10 000-es számkörre kerek tízesekkel és kerek százatokkal való számolás során
- A 10-zel, 100-zal, 1000-rel való szorzás, osztás és a helyiérték-táblázatban való jobbra, illetve balra tolódás kapcsolatának megértése
- Műveletek eredményének észszerű becslése, a becslés során kapott eredmény értékelése, alkalmazása
- Teljes négyjegyűek összegének, különbségének százásokra kerekített értékekkel való becslése
- Teljes kétjegyűek két- és egyjegyűvel való szorzatának becslése
- Hétköznapi helyzetekben alkalmazható észszerű becslés megválasztása, a becslés pontosságának ellenőrzése

### **FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Adott pénzösszeg kirakása valódi pénzekkel; a kirakás érméinek leltározása táblázatban; minden pénzérmének a tízszeres értékű pénzre cserélése, majd leltározása táblázatban; a balra tolódás és a vagyon tízszeresződésének megfigyelése
- Teljes három- vagy négyjegyű számok közelítő értékének helyettesítése színes rudakkal; az eredeti számok összegének és különbségének becslése színes rudak segítségével
- Bevagdalt, hajtogatható kartonlappal az összeg közelítése az egyes helyi értékek fokozatos felfedésével
- Szorzat kiszámítása az egyik tényező felezésével, a másik tényező kétszerezésével

## **TÉMAKÖR: Fejben számolás**

**ÓRASZÁM: 8 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- fejben pontosan összead és kivon a 100-as számkörben;
- emlékezetből tudja a kisegyszeregy és a megfelelő bennfoglalások, egyenlő részekre osztások eseteit a számok tízszereséig;
- érti a szorzó- és bennfoglaló táblák kapcsolatát;
- fejben pontosan számol a 100-as számkörben egyjegyűvel való szorzás és maradék nélküli osztás során;
- fejben pontosan számol a 10 000-es számkörben a 100-as számkörben végzett műveletekkel analóg esetekben.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Fejben számolás egyes lépéseinek megértése, begyakorlása eszközökkel; az eszközök szükség szerinti használata feladatok során

- Teljes kétjegyűek összeadása, kivonása
- A kisegyszeregy, annak megfelelő bennfoglalások és egyenlő részekre osztások emlékezetből való ismerete
- Fejszámolás gyakorlása 100–as számkörben
- Fejszámolás a 100-as számkörben egyjegyűvel való szorzás és maradék nélküli osztás során, például: szorzótáblák;
- Fejszámolás a 10 000-es számkörben kerek tízesekkel, százassal, ezresekkel a 100-as számkörben végzett műveletekkel analóg esetekben,

#### **FOGALMAK**

kerek százassal, kerek ezres

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Céltáblára” lövések, például 6 lövés összegével 100-at kell elérni; a 37-esre kell „dobni” annyiszor, hogy az eredmény 400 és 700 között legyen
- „Számalkotó” játék írásbeli műveletekkel: írásbeli műveletekben szereplő számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
- Tanulók által készített játékok a számolás gyakorlásához
- „Darts” játék során a pontok számolása, kiszállás lehetősége

### **TÉMAKÖR: Írásbeli összeadás és kivonás**

**ÓRASZÁM: 8+ 2 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- helyesen végzi el az írásbeli összeadást, kivonást.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Az írásbeli műveleti eljárások alapozása, megértése a számrendszeres gondolkodás továbbépítésével és különféle eszközökkel
- Az írásbeli összeadás algoritmusának fokozatos megismerése: továbbvitel az egyes, a tízes, a százassal helyi értéken
- Hiányos összeadások gyakorlása az írásbeli kivonás előkészítésére
- Az írásbeli kivonás algoritmusának megismerése pótlással, elvétellel a különbség változása alapján
- A kivonás pótlásos eljárásának begyakorlása
- Az írásbeli összeadás és kivonás eredményének becslése célszerűen kerekített értékekkel; az eredmény összevetése a becsléssel; szükség esetén ellenőrzés az ellentétes művelettel

#### **FOGALMAK**

írásbeli művelet, hiányos összeadás, pótlás

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Nyugták, blokkok gyűjtése, ellenőrzése („Jól számolt-e a gép?”)
- Összeadás, kivonás elvégzése abakusszal, szorobánnal
- Írásbeli összeadás lejátszása „Tökéletes pénztárgéppel”: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát
- „Betűrejtvények” írásbeli számoláshoz: betűkkel helyettesített számjegyek kitalálása írásbeli összeadás szabályainak segítségével, például RÉT + RÉT = KERT
- „Számalkotó” játék írásbeli műveletekkel: írásbeli műveletekben szereplő számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból

### **TÉMAKÖR: Írásbeli szorzás és osztás**

**ÓRASZÁM: 9+2 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- helyesen végzi el az írásbeli szorzást egy- és kétjegyű szorzóval, az írásbeli osztást egyjegyű osztóval;
- elvégzi a feladathoz szükséges észszerű becslést, mérlegeli a becslés során kapott eredményt;
- megoldását értelmezi, ellenőrzi.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Több egyenlő tag írásbeli összeadása
- Az írásbeli szorzás algoritmusának begyakorlása egyjegyű szorzóval
- Írásbeli szorzás kerek tízesekkel
- Írásbeli szorzás teljes kétjegyűekkel két lépésben
- Írásbeli osztás szemléltetése pénzekkel, részekre osztással
- Írásbeli osztás egyjegyű osztóval, visszaszorzással, kivonással
- Többféle módon való becslés és ellenőrzés megismerése a szorzat, hányados nagyságrendjének meghatározásához, a számolás ellenőrzéséhez

#### **FOGALMAK**

viasszaszorzás

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Hiányos írásbeli szorzásban, osztásban a hiányzó számjegyek megtalálása
- Írásbeli műveletekben szereplő számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
- Érdekes számolások, például a 37 szorzása egyjegyű számokkal; kedvenc egyjegyű szám szorzása 777-tel, majd 143-mal; 2520 osztása egyjegyű számokkal

#### **TÉMAKÖR: Törtrészek**

**ÓRASZÁM: 5+2 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- tevékenységekkel megjelenít egységtörteket és azok többszöröseit különféle mennyiségek és többféle egységválasztás esetén;
- a kirakást, a mérést és a rajzot mint modellt használja a törtrészek összehasonlítására.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Az egész egyenlő részekre osztása, az egységtörtek értelmezése, megnevezése (például: 1 ketted) különféle mennyiségeken (hosszúság, tömeg, űrtartalom, terület) különféle tevékenységekkel (például: méréssel, papírhajtogatással, színezéssel)
- Az egységtörtek többszöröseinek előállítás, értelmezése, megnevezése (például: 2 harmad) különféle mennyiségeken különféle tevékenységekkel, többféle egységválasztással
- Egészek és törtrészek kirakása, megjelenítése más törtrészekkel
- Törtrészekkel ábrázolt törtek nagyság szerinti összehasonlítása, egyenlők keresése

#### **FOGALMAK**

egész, törtrész, egységtört

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Lépj hozzám!” játékos feladat
- 1 ketted, 1 negyed, 1 nyolcad előállítása felezésekkel papírhajtogatással
- 1 harmad, 1 hatod, 1 tizenketted előállítása papírcsík hajtogatásával
- Törtrészek kirakása színes rudakkal az egész változtatásával is
- Törtrészek kirakása mozaiklapokkal (szabályos hatszög, trapéz, rombusz, háromszög)
- Alkotás törtrészeknek megfelelően, például „Alkoss úgy valamit, hogy a 2 harmad része sárga legyen!”
- „Pizzarendelős” feladat: 2 különböző színű papírtányért sugara mentén bevágva összecúsztatunk; az egyik tányéron beosztások vannak (például 12 egyenlő részre van osztva), így adott törtrészeket tudunk ábrázolni; különböző beosztású tányérokra csak bizonyos törteket lehet „kiforgatni”, például 1 negyedre kezdetben a 4-es, majd a 8-as, a 12-es beosztású tányéron tudják kiforgatni, viszont a 10-esen nem

- Memóriajáték különféle képpen ábrázolt tört részekkel

## **TÉMAKÖR: Negatív számok**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- a negatív egész számokat irányított mennyiségként (hőmérséklet, tengerszint alatti magasság, idő) és hiányként (adósság) értelmezi;
- nagyság szerint összehasonlítja a természetes számokat és a negatív egész számokat a használt modellen belül.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Az „előtt” és „után” térbeli és időbeli értelmezése
- Tapasztalatszerzés irányított mennyiségekről a térben (például: emeletek, tengerszinthez viszonyított magassági szintek); az „alatta” és „felette” értelmezése a síkon és a térben
- Hőmérséklet mérése, hőmérő leolvasása (levegő, folyadék)
- Hőmérőmodell használata
- Tapasztalatszerzés a vagyon, készpénz és adósság kapcsolatairól kirakásokkal, rajzos feladatokkal és diagramon való ábrázolással
- A negatív szám megjelenítése különböző tevékenységek során
- Konkrét helyzetben a mennyiségek összehasonlítása, döntés a mennyiségek növekedéséről, csökkenéséről, megmaradásáról

### **FOGALMAK**

pozitív, negatív

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Saját idővonal készítése: születésem vagy iskoláskorom előtt, után történt események, például szüleim születése, házassága, testvéreim születése, óvodáskor, iskoláskor
- Világtérképről tengerszinthez mért magasságok és mélységek leolvasása
- Fagypon alatti hőmérsékletek mérése, például télen, hűtőszekrényben, fagylalt, jégkocka segítségével
- „Időjárás-jelentős” játék: a bemondó ismerteti a hőmérséklet változásait szóban vagy diagram alapján; a nézők saját hőmérőmodelljükön jelenítik meg a pillanatnyi hőmérsékletet
- „Gazdálkodj okosan” játék rövidített változatban készpénzzel és adósságcédulákkal: a játékosok kölcsönt vehetnek fel a vásárláshoz, ekkor ugyanannyi készpénzt és adósságcédulát kapnak

## **TÉMAKÖR: Alkotás térben és síkon**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- szabadon épít, kirak formát, mintát adott testekből, síklapokból;
- minta alapján létrehoz térbeli, síkbeli alkotásokat;
- sormintát, síkmintát felismer, folytat;
- alkotásában követi az adott feltételeket;
- testeket épít élekből, lapokból; elkészíti a testek élvázát, hálóját; testeket épít képek, alaprajzok alapján; elkészíti egyszerű testek alaprajzát;
- síkidomokat hoz létre különféle eszközök segítségével;
- alaklemez, vonalzót, körzőt használ alkotáskor;
- megtalálja az összes, több feltételnek megfelelő építményt, síkbeli kirakást;
- szimmetrikus alakzatokat hoz létre térben, síkban különböző eszközökkel; felismeri a szimmetriát valóságos dolgokon, síkbeli alakzatokon;
- megfogalmazza az alkotásai közti különbözőségeket.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Építések térbeli építőelemekből, testekből, lapokból, testhálókból, élvázépítőkből szabadon, másolással, megadott feltétel szerint

- Különböző téglatestek alkotása adott feltételek szerint
- Építések és alkotások, alaprajzok, nézetek, hálók alapján egyszerűbb esetekben
- Egyszerű testek alaprajzának, nézeteinek, hálójának azonosítása és annak ellenőrzése megalkotással
- Síkbeli alkotások szabadon, másolással, megadott feltétel szerint: kirakások mozaiklapokkal, nyírás, tépés, hajtogatás, alakzatok határvonalainak elkészítése pálcákból, szívószálból vagy gumival kifeszítve, rajzolás (szabad kézzel, vonalzóval, alaklemezzel, körzővel)
- Alaklemez, vonalzó és körző helyes használatának gyakorlása játékos feladatok során
- Sokszögek előállítása nyírással, hajtogatással, pálcikákkal, gumikarika kifeszítésével, vonalzos rajzolással adott feltételek szerint
- Sorminták, terülminták kirakása, folytatása, tervezése síkban, térben, a szimmetriák megfigyelése
- Szimmetrikus alakzatok létrehozása térben és síkban (például: építéssel, kirakással, nyírással, hajtogatással, festéssel), és a szimmetria meglétének ellenőrzése választott módszerrel (például: tükör, hajtogatás)
- Adott feltételeknek megfelelő minél több alakzat, minta előállítása, az összes lehetséges alkotás keresése, az alakzatok megkülönböztetése, jellemző tulajdonságok kiemelése

### **FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Építés színes rudakból, legóból, építőköcskékből, dobozokból nézetek, alaprajzok alapján
- „Szobasarak” cipősdobozból, belehelyezett játék megvilágítása 3 irányból; az árnyékok vizsgálata
- „Szobasarak” négyzethálós falaira rajzolt árnyékok alapján építés színes rudakból
- Feltételek, minták alapján kirakások mozaiklapokból, logikai készlet elemeiből
- Rövid ideig látott képről másolat készítése a vizuális memória fejlesztésére
- Adott síkidomokból téglatest építése
- 3 különböző méretben adott szívószálakból testek fűzése úgy, hogy egy testhez 6 db szívószál használható; az összes különböző test megalkotása
- A tanulók körben ülnek; mindenki egy nézőpontból látja a középre helyezett építményt; a szóban kérhető és adható információk alapján mindenki megépíti az építményt, vagy alaprajzot készít hozzá
- Geometriai fejtörők, például tangram, gyufarejtvények
- „Lakótelepi panoráma” rejtvény megfejtése színes rudak segítségével

### **TÉMAKÖR: Alakzatok geometriai tulajdonságai**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megkülönböztet, azonosít egyedi, konkrét látott, hallott, mozgással, tapintással érzékelhető tárgyakat, dolgokat, helyzeteket, jeleket;
- személyek, tárgyak, dolgok, szavak, számok közül kiválogatja az adott tulajdonsággal rendelkező összes elemet;
- két meghatározott tulajdonság egyszerre történő figyelembevételével szétválogat adott elemeket: tárgyakat, személyeket, szavakat, számokat, alakzatokat;
- megkülönbözteti és szétválogatja szabadon választott vagy meghatározott geometriai tulajdonságok szerint a gyűjtött, megalkotott testeket, síkidomokat;
- megfigyeli az alakzatok közös tulajdonságát, megfelelő címkéket talál megadott és halmazokba rendezett alakzatokhoz;
- megtalálja a közös tulajdonsággal nem rendelkező alakzatokat;
- megnevezi a tevékenységei során előállított, válogatásai során előkerülő alakzatokon megfigyelt tulajdonságokat;

- megnevezi a sík és görbült felületeket, az egyenes és görbe vonalakat, szakaszokat tapasztalati ismeretei alapján;
- megnevezi a háromszögeket, négyszögeket, köröket;
- megkülönböztet tükrösen szimmetrikus és tükrösen nem szimmetrikus síkbeli alakzatokat;
- megszámlálja az egyszerű szögletes test lapjait;
- megnevezi a téglatest lapjainak alakját, felismeri a téglatesten az egybevágó lapokat, megkülönbözteti a téglatesten az éleket, csúcsokat;
- tudja a téglalap oldalainak és csúcsainak számát, összehajtással megmutatja a téglalap szögeinek egyenlőségét;
- megmutatja a téglalap azonos hosszúságú oldalait és elhelyezkedésüket, megmutatja és megszámlálja a téglalap átlóit és szimmetriatengelyeit;
- megfigyeli a kocka mint speciális téglatest és a négyzet mint speciális téglalap tulajdonságait;
- megnevezi megfigyelt tulajdonságai alapján a téglatestet, kockát, téglalapot, négyzetet;
- megfigyelt tulajdonságaival jellemzi a létrehozott síkbeli és térbeli alkotást, mintázatot.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Válogatások előállított és gyűjtött testek között szabadon
- Halmazokba rendezett testek, síkbeli alakzatok közös tulajdonságainak megfigyelése, halmazok címkézése
- Testek, síkbeli alakzatok halmazokba rendezése közös tulajdonság alapján
- Halmazba nem tartozó alakzatok keresése
- Testek jellemző tulajdonságainak keresése, megfigyelése, megnevezése: sík vagy görbe felületek, „lyukas”, „tükrös”, „van-e bemélyedése”
- Sokszöglapokkal határolt egyszerű testek lapjainak, éleinek, csúcsainak megfigyelése
- Válogatások előállított és megadott síkidomok között szabadon
- Síkbeli alakzatok jellemző tulajdonságainak keresése, megfigyelése, megnevezése: egyenes vagy görbe határvonalak, szakaszok, „lyukasság”, „tükrösség”, „van-e bemélyedése”
- A létrehozott síkbeli és térbeli alkotások, mintázatok jellemzése megfigyelt tulajdonságaikkal
- Egyszerű szögletes testek lapjainak, éleinek, csúcsainak megszámlálása
- Környezetükből gyűjtött testek közül a téglatestek kiválogatása
- Téglatest tulajdonságainak megfigyelése tevékenységek során: lapok alakja, egy csúcsból induló élek száma, élek hossza, az élek, lapok egymáshoz való viszonya, test tükröszimmetriája
- Téglatest egybevágó lapjainak felismerése
- Kocka kiemelése a téglatestek közül élek, lapok alapján
- Előállított vagy megadott sokszögek jellemzése felismert tulajdonságokkal
- Sokszögek oldalainak és csúcsainak megszámlálása, oldalak összemérése hajtogatással, szögek összemérése egymásra illesztéssel
- Derékszög előállítása elfordulással, hajtogatással
- Derékszögnél kisebb, nagyobb szögek előállítása elforduló mozgással; hozzámérés a hajtogatott derékszöghöz
- Téglalap tulajdonságainak megfigyelése: szögek, oldalak, szimmetria
- Téglalap szögei egyenlőségének megmutatása egymásra hajtással
- Téglalap egyenlő hosszúságú oldalainak keresése hajtogatással
- Négyzet kiemelése a téglalapok közül oldalai és szimmetriái alapján
- Testek, síkbeli alakzatok jellemzése megfigyelt tulajdonságok alapján

#### **FOGALMAK**

lap, él, téglatest, kocka, szög, derékszög

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Barkochbázás a teremben lévő tárgyak geometriai tulajdonságai alapján
- Egyszerű szögletes testek építése pálcikákból és gyurmagolyókból
- Egyszerű szögletes testek élvázának építése szívószálakból
- Dobozok szétvágása a test lapjainak és hálójának vizsgálatához
- Dobozok lapjainak leragasztása különböző színű papírokkal



- „Élőkép” alkotása csoportban, például kocka, téglatest, gúla megjelenítése
- „Keveredj! Állj meg! Csoportosulj!” játék, sokszögek megjelenítése
- Sokszögek építése szívószálakból
- Sokszögek kifeszítése befőttes gumival szöges táblán; a kifeszített alakzatok vizsgálata
- „Saját testen jeleníts meg derékszöget!”, például ujjak, kar, láb, mérlegállás
- Derékszög hajtogatása szabálytalan alakú papírból
- Gyurmából vagy agyagból készült téglatest szeletelése úgy, hogy téglatesteket kapjunk; úgy, hogy ne kapjunk téglatesteket; úgy, hogy kockát is kapjunk; kocka szeletelése úgy, hogy téglatesteket kapjunk
- Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni ahhoz, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
- A4-es papírból hajtással és tépéssel négyzet készítése; a hulladék részből ismét négyzet készítése, ennek ismétlése egészen addig, amíg lehetséges

## **TÉMAKÖR: Transzformációk**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- tapasztalattal rendelkezik mozgással, kirakással a tükörkép előállításáról;
- szimmetrikus alakzatokat hoz létre térben, síkban különböző eszközökkel; felismeri a szimmetriát valóságos dolgokon, síkbeli alakzatokon;
- megépíti, kirakja, megrajzolja hálón, jelölés nélküli lapon sablonnal, másolópapír segítségével alakzat tükörképét, eltolt képét;
- ellenőrzi a tükrözés, eltolás helyességét tükör vagy másolópapír segítségével;
- követi a sormintában vagy a síkmintában lévő szimmetriát;
- térben, síkban az eredetihez hasonló testeket, síkidomokat alkot nagyított vagy kicsinyített elemekből; az eredetihez hasonló síkidomokat rajzol hálón.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Szimmetriák, tükörképek megfigyelése a természetes és az épített környezetben térben és síkban
- Tárgyak, építmények, képek tükörképének megfigyelése térben, síkban tükör segítségével
- Tükörkép megépítése térben; tükrös és nem tükrös formák létrehozása, a kapott alakzat ellenőrzése tükör segítségével
- Síkbeli alakzatok tükrötengelyeinek keresése tükörrel, hajtogatással
- Tükörkép alkotása különböző eszközökkel síkban; tükrös és nem tükrös alakzatok létrehozása; ellenőrzés tükörrel, másolópapírral
- Építmények eltolása, az eltolt kép összehasonlítása a tükörképpel
- Formák eltolása a síkban; az eltolt alakzat összehasonlítása a tükrözéssel keletkező alakzattal; ellenőrzés másolópapírral
- Testek és síkbeli alakzatok megkülönböztetése, azonosítása alak és méret szerint: a hasonlóság és az egybevágóság fogalmának előkészítése
- Térben, síkban az eredetihez hasonló testek, síkidomok alkotása nagyított vagy kicsinyített elemekkel, hálón való rajzolással
- Játékok, tevékenységek során alakzatok elforgatott, eltolt, tükrös képeinek felismerése a síkban és a térben

### **FOGALMAK**

eltolt kép, mozgatás, elforgatott kép

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Titkosírás tükrőírással, a titkos üzenet megfejtése
- Utcák építése színes rudakból: az utca két oldalán lévő házak egymás tükörképei
- Kártyákon adott mintát kell megjeleníteni két kocka lapjain lévő ábrák segítségével úgy, hogy a két kockát egy tükör elé rakjuk; a kockák felső lapjain lévő ábrák és azok tükörképei együtt adják az adott mintát

- Minta rajzolása, majd átmásolása zsírpapírra; a zsírpapír átfordítása, eltolása, elforgatása; összehasonlítás az eredeti mintával
- Összehajtott, majd szétnyitott lap bal oldalára az egyik játékos tollal pöttyöket rajzol, a másik játékos a másik oldalra grafittal a tükörképét próbálja berajzolni, összehajtják a papírt, a hátulján a grafitpöttyöket erősen megrajzolják tollal, így szétnyitás után a bal oldalon látszik, hogy mennyi a tévedés
- Tengelyesen szimmetrikus alakzat kiegészítése
- Pálcikákból kirakott alakzat kétszeresére nagyítása
- Pontrácsra, négyzetrácsra rajzolt ábra kétszeresére nagyítása, felére kicsinyítése

### **TÉMAKÖR: Tájékozódás térben és síkon**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

**A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- helyesen használja az irányokat és távolságokat jelölő kifejezéseket térben és síkon;
- tájékozódik lakóhelyén, bejárt terepen: bejárt útvonalon visszatalál adott helyre, adott utca és házszám alapján megtalál házat;
- térképen, négyzethálón megtalál pontot két adat segítségével.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Irányokat, távolságokat jelölő szavak használata térben és síkban
- Irány és állás megfigyelése, követése síkbeli alakzatok és mozgatások során
- Téri tájékozódást segítő játékok, tevékenységek
- Útvonalak bejárása oda-vissza, térbeli viszonyokat kifejező szavak segítségével
- Útvonal bejárásának irányítása térbeli viszonyokat kifejező szavak segítségével
- Térbeli és síkbeli elhelyezkedést kifejező szavak használata tevékenységekben és játékos szituációkban
- Tájékozódás lakóhelyen, bejárt terepen: bejárt útvonalon visszatalálás adott helyre; adott utca és házszám alapján ház megtalálása
- Egyszerű térképek készítése
- Tájékozódás négyzethálón, térképen

#### **FOGALMAK**

négyzetháló, térkép

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Robot célhoz irányítása szerepjátékkal: bekötött szemű gyerek irányítása adott célhoz, a célban a kendő levétele után azonos úton visszatalálás a kiindulópontra
- Útvonal bejárása síkbeli labirintusokban padlórobot irányításával
- „Vonalvezetős” játék irányok és távolságok megadásával, melynek során különböző formák rajzolódnak ki a négyzethálón, például 2 lépés fel, 3 lépés balra...
- Kacsaringós utak bejárása, majd lerajzolása négyzethálón; például: 2 lépés, jobbra fordulás, 1 lépés, jobbra fordulás, 3 lépés, jobbra fordulás, folytatva az utat, ismétlés előlről sokszor
- Négyzethálóra rajzolt minta alapján a vonalvezetés diktálása társnak
- Kincskeresés utasítások alapján
- Kincskeresés térkép alapján
- „Torpedó” játék
- „Telefonos” játék
- Térkép készítése tanteremről, iskolaudvarról, útvonalakról
- Térképen adott helység keresése páros munkában a térkép keresőhálójának segítségével
- „Vándorvezér” játék sakktáblán égtájjakkal, például „f4-ről 2 mezőt észak felé lépve hova jutunk?”

### **TÉMAKÖR: Összefüggések, kapcsolatok, szabályszerűségek felismerése**

**ÓRASZÁM: 6 óra**

## **A témakör tartalma további tanórákon is folyamatosan jelenjen meg!**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- részt vesz memóriajátékokban különféle tulajdonságok szerinti párok keresésében;
- megfogalmazza a személyek, tárgyak, dolgok, időpontok, számok, testek, síklapok közötti egyszerű viszonyokat, kapcsolatokat;
- érti a problémákban szereplő adatok viszonyát;
- megfogalmazza a felismert összefüggéseket;
- összefüggéseket keres sorozatok elemei között;
- megadott szabály szerint sorozatot alkot; megértett probléma értelmezéséhez, megoldásához sorozatot, táblázatot állít elő modellként;
- tárgyakkal, logikai készletek elemeivel kirakott periodikus sorozatokat folytat;
- felsorolja az évszakokat, hónapokat, napokat, napszakokat egymás után, tetszőleges kezdőponttól is;
- ismert műveletekkel alkotott sorozat, táblázat szabályát felismeri; ismert szabály szerint megkezdett sorozatot, táblázatot helyesen, önállóan folytat;
- tárgyakkal, számokkal kapcsolatos gépjátékhoz szabályt alkot; felismeri az egyszerű gép megfordításával nyert gép szabályát;
- felismer kapcsolatot elempárok, elemhármások tagjai között;
- szabályjátékok során létrehoz a felismert kapcsolat alapján további elempárokat, elemhármásokat;
- a sorozatban, táblázatban, gépjátékokban felismert összefüggést megfogalmazza saját szavaival, nyíljelöléssel vagy nyitott mondattal.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Személyek, tárgyak, dolgok, számok, testek, síklapok között megjelenő kapcsolatok megfigyelése, felfedezése, megnevezése
- Számpárok, számhármások közötti kapcsolatok felfedezése, jellemzése
- Változó helyzetek megfigyelése, a változás jelölése nyíllal
- Tárgyakkal, logikai készletek elemeivel kirakott periodikus sorozatok folytatása
- Az évszakok, hónapok, napok elsorolása egymás után tetszőleges kezdőpontból
- Ismert műveletekkel alkotott sorozat szabályának felismerése
- Megkezdett sorozat folytatása a felismert szabály szerint mindkét irányba
- Sorozat szabályának megfogalmazása, egyszerűbb esetben jelekkel is (például: nyíljelöléssel vagy nyitott mondattal)
- Gépjátékok különféle elemekkel (például: tárgyak, számok, alakzatok)
- Gépjátékhoz szabály alkotása; az egyszerű gép szabályának megfordításával nyert gép szabályának felismerése
- Szabályjátékokban az elempárok, elemhármások megjelenítése táblázatban
- Szabályjátékok során a felismert kapcsolat alapján további elempárok, elemhármások létrehozása
- Táblázatokban, gépjátékokban a felismert összefüggések megfogalmazása, egyszerűbb esetekben jelekkel is (például: nyíljelöléssel vagy nyitott mondattal)
- Sorozatok, szabályjátékok alkotása
- Megértett probléma értelmezéséhez, megoldásához sorozat, táblázat, esetleg nyíldiagram alkotása modellként

#### **FOGALMAK**

táblázat, nyitott mondat

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Sorminták keresése környezetünkben, például épületeken, népviseleten
- Periodikusan ismétlődő tevékenységek, például ki mosogat 5 nap múlva
- Kakuktkojás játékok
- „Milyen nap lesz?” fejtörők: például egy hét múlva; holnapután, ha tegnapelőtt hétfő volt

- Sorozatok alkotása szöges táblán kifeszített alakzatokkal, a sorozat szabályának megfigyelése, például egyre nagyobb négyzeteknél a növekedés szabályának megfigyelése
- Kapcsolatok megfigyelése oda-vissza, például szülő-gyerek, testvér, osztálytárs; alacsonyabb, magasabb, egyforma magas; idősebb, fiatalabb, ugyanannyi idős
- A gyerekek kezében tartott számok, alakzatok közötti kapcsolatok megfigyelése rámutatással, például mindenki mutasson arra, akinek ugyanannyi tíze van; akinek nagyobb a kerülete; a mutató lejegyzése nyilakkal; a lejegyzett ábra megfigyelése
- „Gépes játékok” egyváltozós, kétváltozós, fordított gépekkel számokkal, formákkal, szavakkal

### **TÉMAKÖR: Adatok megfigyelése**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- adatokat gyűjt a környezetében;
- adatokat rögzít későbbi elemzés céljából;
- gyűjtött adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol;
- adatokat gyűjt ki táblázatból, adatokat olvas le diagramról;
- jellemzi az összességeket.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Minőségi és mennyiségi tulajdonsággal kapcsolatos adatok megfigyelése, gyűjtése, rögzítése tanítói segítséggel
- Adatgyűjtés vásárlással kapcsolatban (például: árak megfigyelése boltokban, nyugtán)
- Mért adatok lejegyzése
- Közös tevékenységek során szerzett adatok alapján egyszerű diagram készítése térben és síkban
- Egyszerű diagramról adatok, összefüggések leolvasása
- Az összes adat együttes jellemzőinek megfigyelése, például egyenlő adatok, legkisebb, legnagyobb kiválasztása

#### **FOGALMAK**

adat, diagram

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Mérések testnevelésórán, például időeredmények, kislabdadobás hossza, távolugrás hossza; eredmények rögzítése; ábrázolása közösen
- Piacon több árusnál ugyanazon termék árának összehasonlítása, csoportonként más-más termék árának megfigyelése, lejegyzése
- Csoportonként a csoport tagjaira jellemző egyszerű diagramok készítése úgy, hogy a többi csoport nem látja, mi készül; a kirakott vagy rajzolt diagramok alapján a csoport felismerése, azonosítása, például hány fiú, hány lány, hány szemüveges, hány nem szemüveges...

### **TÉMAKÖR: Valószínűségi gondolkodás**

**ÓRASZÁM: 3 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- részt vesz olyan játékokban, kísérletekben, melyekben a véletlen szerepet játszik;
- tapasztalatai alapján különbséget tesz a „biztos”, „lehetetlen”, „lehetséges, de nem biztos” események között;
- megítéli a „biztos”, „lehetetlen”, „lehetséges, de nem biztos” eseményekkel kapcsolatos állítások igazságát;
- tapasztalatai alapján tippet fogalmaz meg arról, hogy két esemény közül melyik esemény valószínűbb olyan, véletlentől függő szituációk során, melyekben a két esemény valószínűsége között jól belátható a különbség;
- tetszőleges vagy megadott módszerrel összeszámolja az egyes kimenetek előfordulásait olyan egyszerű játékokban, kísérletekben, amelyekben a véletlen szerepet játszik;

- a valószínűségi játékokban, kísérletekben megfogalmazott előzetes sejtését, tippjét összeveti a megfigyelt előfordulásokkal.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Részvétel valószínűségi játékokban; intuitív esélylatolgatás, tippek megfogalmazása
- Események megfigyelése valószínűségi kísérletekben
- Valószínűségi játékok során stratégiák alakítása, kipróbálása, értékelése
- „Biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetése
- Véletlen események gyakoriságának összeszámlálása, ábrázolása különféle módszerekkel: strigulázással, diagrammal, táblázatba rögzítéssel
- Véletlen események előfordulásainak vizsgálata, a kimenetek számának összehasonlítása az előzetes tippel, magyarázatok keresése
- A „biztos” és „lehetetlen” cáfolata ellenpélda mutatásával

#### **FOGALMAK**

Nincs új fogalom.

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez tartozó eseményeket írunk kártyákra; kiosztjuk; elvégezzük a kísérletet, mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés, például a kísérlet: 3 korongot feldobunk; események: mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő; elemzés: „Melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád?”
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a játék elején a játékosok tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán lévő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
- Valószínűségi kísérlet nem kocka alakú doboz feldobásával: tippelés, 20 kísérletből melyik lapjára hányszor esik; ellenőrzés a kísérletek elvégzésével
- 10 korongot feldobunk, számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek egyikére jutsz
- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a számok tulajdonságai alapján, a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára, például szorzatuk páros; nincs közte kétjegyű
- Gyerekek alkotta gyakorisági diagram: két kockával dobunk, és nézzük a dobott számok összegét; a gyerekek sorban egymás mellett állnak, mindenkinek a kezében egy szám van 1 és 13 között; akinek a száma a két kockával dobott számok összege, előre lép egyet
- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegétől egy korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja

#### **A tovább haladás feltételei az 4. évfolyam végén**

##### ***A tanuló 10000-es számkörben***

- nagyság szerint sorba rendez számokat, mennyiségeket; megadja és azonosítja számok sokféle műveletes alakját;
- megtalálja a számok helyét, közelítő helyét egyszerű számegyenesen, számtáblázatokban, a számegyenesnek ugyanahhoz a pontjához rendeli a számokat különféle alakjukban a 10 000-es számkörben;
- megnevezi a 10 000-es számkör számainak egyes, tízes, száz, ezres szomszédjait, tízesekre, százakra, ezresekre kerekített értékét.
- érti a számok ezresekből, százasekből, tízesekből és egyesekből való épülését, ezres, száz, tízes és egyesek összegére való bontását;

- érti a számok számjegyeinek helyi, alaki, valódi értékét;
- helyesen írja és olvassa a számokat a tízes számrendszerben 10 000-ig.
- helyesen használja a hosszúságmérés, az űrtartalommérés és a tömegmérés szabványegységei közül a következőket: mm, cm, dm, m, km; ml, cl, dl, l; g, dkg, kg;
- ismeri az időmérés szabványegységeit: az órát, a percet, a másodpercet, a napot, a hetet, a hónapot, az évet;
- helyesen értelmezi a 10 000-es számkörben az összeadást, a kivonást, a szorzást, a bennfoglaló és az egyenlő részekre osztást;
- hozzákapcsolja a megfelelő műveletet adott helyzethez, történéshez, egyszerű szöveges feladathoz;
- értelmezi a műveleteket megjelenítéssel, modellezéssel
- értelmezi, elképzei, megjeleníti a szöveges feladatban megfogalmazott hétköznapi szituációt;
- szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémát megold matematikai ismeretei segítségével;
- megkülönbözteti az ismert és a keresendő (ismeretlen) adatokat;
- megkülönbözteti a lényeges és a lényegtelen adatokat;
- fejben pontosan összead és kivon a 100-as számkörben;
- emlékezetből tudja a kiegészítők és a megfelelő bennfoglalások, egyenlő részekre osztások eseteit a számok tízszereséig;
- érti a szorzó- és bennfoglaló táblák kapcsolatát;
- helyesen végzi el az írásbeli összeadást, kivonást, egyszerű becslést végez és ellenőrzi munkáját
- helyesen végzi el az írásbeli szorzást egy- és kétjegyű szorzóval, az írásbeli osztást egyjegyű osztóval;
- elvégzi a feladathoz szükséges egyszerű becslést, mérlegeli a becslés során kapott eredményt; megoldását értelmezi, ellenőrzi.
- tevékenységekkel megjelenít egységtörteket és azok többszöröseit különféle mennyiségek és többféle egységválasztás esetén;
- a kirakást, a mérést és a rajzot mint modellt használja a törtrészek összehasonlítására.
- a negatív egész számokat irányított mennyiségként (hőmérséklet, tengerszint alatti magasság, idő) és hiányként (adósság) értelmezi;
- nagyság szerint összehasonlítja a természetes számokat és a negatív egész számokat a használt modellen belül.
- szabadon épít, kirak formát, mintát adott testekből, síklapokból; minta alapján létrehoz térbeli, síkbeli alkotásokat;
- tapasztalattal rendelkezik mozgással, kirakással a tükörkép előállításáról; szimmetrikus alakzatokat hoz létre térben, síkban különböző eszközökkel; felismeri a szimmetriát valóságos dolgokon, síkbeli alakzatokon;
- részt vesz olyan játékokban, kísérletekben, melyekben a véletlen szerepet játszik; tapasztalatai alapján különbséget tesz a „biztos”, „lehetetlen”, „lehetséges, de nem biztos” események között;

### Az értékelés elvei és eszközei

A tanév során az értékelés alapja a tanulók állandó megfigyelése. A **folyamatos, fejlesztő célzatú szóbeli értékelés** visszajelzést ad a tanuló számára munkájának eredményességéről, rendszeres tanulásra ösztönöz.

A **tanév eleji diagnosztikus felmérés** segíti a tanítót a tanulók előzetes ismereteinek feltérképezésében, útmutatást ad a tanulósoportra szabott tanítási módszerek, eljárások kiválasztásában.

**Témákat lezáró írásbeli felmérések** tájékoztatják a tanítót, a tanulót és a szülőt a tanuló teljesítményéről a helyi tantervben rögzített követelményekhez viszonyítva.

A **tanév végi felmérés** megmutatja az adott évfolyamon elsajátított ismeretek mennyiségét és minőségét.

Az értékelés kiemelt szempontjai:

- a tanulók önmagukhoz mért fejlődése,
- az alapvető készségek, képességek fejlettségi szintje,
- tárgyi tevékenységben való jártasság,
- tanult műveletek értelmezése,
- a tanult számolási eljárások ismerete és alkalmazása.

## ÖTÖDIK-NYOLCADIK ÉVFOLYAM

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projektekben mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

**A tanulás kompetenciái:** A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétel, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

**A kommunikációs kompetenciák:** A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző



módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszer.

**A digitális kompetenciák:** A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

**A matematikai, gondolkodási kompetenciák:** A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

**A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:** A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanuláson keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kifizűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

**A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái:** A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

**Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményező-készség, másokkal való együttműködés-készsége).

## ÖTÖDIK-HATODIK ÉVFOLYAM

Az 5–6. évfolyam tanulásmódszertani szempontból átmenetet képez az alsó tagozat játékos, tevékenykedtető, felfedezettő módszerei és a matematika elméleti ismereteinek befogadását jelentő tanulási módszerek között. Továbbra is fontos szerepet játszik a szemléltetés, az eszközök használata. Elvárható a szerzett tapasztalatok értelmezése, rendszerezése, néhány területen az általánosítás lehetőségének felfedezése és megfogalmazása. A kezdeti, saját szavakkal történő megfogalmazásokat fokozatosan felváltja a matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések használata. Gyakorlati helyzetekben megjelenik a szakmai vita és az érvelés igénye.

Az 5–6. évfolyamon tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek. A témák egy része nemcsak az aktuális terület megalapozását jelenti a megadott óraszámokban, hanem megjelenik más fejezetekben is, az eszközrendszer folyamatos gyarapodását biztosítva. Bővül a szöveggel

megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása során alkalmazható modellek köre is.

A szemléltetést és a megértést a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

A felső tagozaton az eddig megszerzett tudást és kompetenciákat kell elmélyíteni és kiterjeszteni. A mindennapi élet problémamegoldásához szükséges képességek és ismeretek elsajátítása mellett legalább ugyanilyen fontos, hogy a matematikatanulás szolgálja egy jól működő gondolkodásmód, egy tanulási stratégia, ítéloképesség, megértés és sok általánosabb pozitív emberi tulajdonság formálását is.

Fontos feladat a tanulás tanítása, az elsajátítás képességének (emlékezet, figyelem, koncentráció, lényegkiemelés stb.) fejlesztése. Meg kell ismertetni a matematika bevált tanulási módszereit.

A matematikai gondolkodásmódot fel kell használni a problémamegoldások során. Ehhez szükséges megfelelő szemléltető ábrákat, diagramokat, grafikonokat készíteni, ilyeneket értelmezni, elemezni és felhasználni; halmazokat jellemezni, szabályszerűségeket észrevenni, általánosító sejtéseket, állításokat megfogalmazni.

Az érvelés, a cáfolás, a vitakészség, a helyes kommunikáció fejlesztése folyamatos feladatunk. Ehhez szükséges másokkal problémamegoldásban együttműködni, gondolatainkat, a megismert fogalmakat rendszerezni. A modellalkotás fontos eszköz, amely segítséget nyújt a problémák megoldásában. Fontos, hogy a tanulók a modellalkotásaik során a megértett és megtanult fogalmakat és eljárásokat fel tudják használni, és a modellekbe szervesen be tudják építeni. Szükséges, hogy problémahelyzetet leíró szöveg alapján a probléma lényegét felismerjék, majd annak megfelelő, a probléma megoldását elősegítő modelleket alkossanak. Fokozatosan fejleszteni kell a matematikai szaknyelv és jelölésrendszer használatát, alkalmazását.

Ebben a két évfolyamban sajátítják el egyszerű szöveges feladatok megoldásának néhány stratégiáját: a hétköznapi és gyakorlati problémák megértését és megjelenítését matematikai alakban, az eredmény becslését és ellenőrzését. Tájékozódnak síkban és térben, ismerik az egyszerű síkbeli és térbeli alakzatokat. Tudják a tanult mértékegységeket átváltani. Készség szinten számolnak egész számokkal, és gyakorlottak a racionális számokkal való műveletek végzésében.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre, ismétlésre 16 óra van tervezve.

**A Kerettanterv a matematika tantárgy tanítására 5 - 6. évfolyamon heti 4- 4 órát, biztosít. Iskolánkban a matematika tantárgy tanítására 5. évfolyamon heti 5 órát, míg 6. évfolyamon heti 4,5 órát biztosít a helyi tanterv.**

Tematikai egység címe és a témakörök	óraszám heti 5 órára
I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	<b>9 + 1</b>
1. Halmazok	5
2. Matematikai logika, kombinatorika	4 + 1
II. Számtan, algebra	<b>70 + 22</b>
1. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	10 + 3
2. Alapműveletek természetes számokkal	9 + 3
3. Egész számok, alapműveletek egész számokkal	10 + 3
4. Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	9 + 3
5. Alapműveletek közönséges törtekkel	9 + 5
6. Alapműveletek tizedes törtekkel	7 + 1
7. Arányosság, százalékszámítás	6 + 1
8. Egyszerű szöveges feladatok	10 + 3
III. Függvények, az analízis elemei	<b>10 + 2</b>
1. A függvény fogalmának előkészítése	5 + 1
2. Sorozatok	5 + 1
IV. Geometria	<b>35 + 9</b>

1. Mérés és mértékegységek	9 + 3
2. Síkbeli alakzatok	9 + 2
3. Transzformációk, szerkesztések	10 + 2
4. Térgeometria	7 + 2
V. Statisztika, valószínűség	8 + 2
1. Leíró statisztika	4 + 1
2. Valószínűség-számítás	4 + 1
Összes óraszám:	<b>132 + 36</b>
Ismétlés, számonkérés (szabad órakeret)	<b>12</b>
<b>Összesen:</b>	<b>180</b>

## ÖTÖDIK ÉVFOLYAM

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	I. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, gráfok	matematikai kombinatorika,	Órakeret 9 + 1 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Ismeretek tudatos memorizálása, felidézése.  A megtanulást segítő eszközök és módszerek megismerése, értelmes, interaktív használatának fejlesztése.  A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok megismerése.  Valószínűségi és statisztikai szemlélet fejlesztése.  Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének kialakítása.  Kommunikáció fejlesztése.  A saját képességek és műveltség fejlesztésének igénye.</p>		
<b>1. Halmazok</b>			<b>5 óra</b>
<b>Ismeretek, tanulási eredmények</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
<p>Elemek elrendezése, rendszerezése adott szempont(ok) szerint.  Részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol.</p>	<p>A kombinatorikus gondolkodás, a célirányos figyelem kialakítása, fejlesztése.  Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint  Halmazábra készítése</p>		
<p>Véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;  Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.</p>	<p>Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.  Számhalmazok szemléltetése számegyenesen</p>	<p><i>Digitális kultúra:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen.</p>	
<b>2. Matematikai logika, kombinatorika</b>			<b>4 + 1 óra</b>
<p>Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;  Tanult minták alapján néhány lépésből álló</p>	<p>Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés, lényegkiemelés</p>	

<p>bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít; A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére; Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.</p>	<p>Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás</p>	
--	--	--

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol
- állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.

<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, egyesítés, közös rész, számegyenes, „igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz</p>
<p><b>Javasolt tevékenységek</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak</li> <li>• Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése</li> <li>• Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra</li> <li>• Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása</li> <li>• „Bírósági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat</li> <li>• „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis</li> </ul>

<p><b>Tematikai Fejlesztési cél</b></p>	<p><b>egység/ II. Számтан, algebra</b></p>	<p><b>Órakeret 70 + 22 óra</b></p>
---	--	--

<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<p>Biztos számfogalom kialakítása. Számolási készség fejlesztése. A műveleti sorrend használatának fejlesztése, készségszintre emelése. Mértékegységek helyes használata és pontos átváltása. Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzelt és tényleges megoldás összevetése. Egyszerűsített rajz készítése lényeges elemek megőrzésével. Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése. Pénzügyi ismeretek alapozása. Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.</p>	
<p><b>1. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek</b></p>	<p><b>10 + 3 óra</b></p>	
<p><b>Ismeretek, tanulási eredmények</b></p>	<p><b>Fejlesztési követelmények</b></p>	<p><b>Kapcsolódási pontok</b></p>
<p>Érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén; Ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;</p>	<p>Számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M</p>	<p><i>Természettudomány:</i> Magyarország lakosainak száma.</p>
<p><b>2. Alapműveletek természetes számokkal</b></p>		<p><b>9 + 3 óra</b></p>
<p>Írásban összead, kivon és szoroz; Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében; A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt ésszerűen kerekíti; A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít; A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató</p>	<p>Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban Írásbeli osztás algoritmusa kétjegyű természetes számmal Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése A műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása</p>	<p><i>Természettudomány:</i> összehasonlítás, számolás földrajzi adatokkal</p>

számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.	A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése	
<b>3. Egész számok. Alapműveletek egész számokkal</b>		<b>10 + 3 óra</b>
Meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét; Ismeri az egész számokat.	Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegegyesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számközbővítés során Alapműveletek elvégzése az egész számok körében Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése Kapott eredmény ellenőrzése; ésszerű kerekítés	<i>Természettudomány; hon- és népismeret:</i> Földrajzi adatok vizsgálata.  <i>Történelem:</i> időtartam számolása időszámítás előtti és időszámítás utáni történelmi eseményekkel.
<b>4. Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok</b>		<b>9 + 3 óra</b>
Ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat; Érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;	Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén Számok ábrázolása számegegyesen	<i>Ének-zene:</i> a törtszámok és a hangjegyek értékének kapcsolata.
<b>5. Alapműveletek közöséges törtekkel</b>		<b>9 + 5 óra</b>
Összeadás, kivonás az egészek és a törtek körében. Szorzás, osztás az egészek és a törtek körében (tört szorzása, osztása egész számmal, 0 szerepe a szorzásban, osztásban).	Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján Alapműveletek elvégzése a közöséges törtek körében A műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása Kapott eredmény ellenőrzése	
<b>6. Alapműveletek tizedes törtekkel</b>		<b>7 + 1 óra</b>

Összeadás, kivonás az egészek és a törtek körében. Szorzás, osztás az egészek és a törtek körében (tört szorzása, osztása egész számmal, 0 szerepe a szorzásban, osztásban).	Számolási készség fejlesztése. Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése	
Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel.	A műveletfogalom mélyítése. A számolási készség fejlesztése gyakorlati feladatokon keresztül.	
Összeg, különbség, szorzat, hányados változásai.	Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése. Algoritmikus gondolkodás fejlesztése.	
Műveleti tulajdonságok, a helyes műveleti sorrend. Műveletek eredményeinek előzetes becslése, ellenőrzése, kerekítése.	Egyszerű feladatok esetén a műveleti sorrend helyes alkalmazási módjának felismerése, alkalmazása. Az egyértelműség és a következetesség fontossága. Az ellenőrzési és becslési igény fejlesztése.	
A racionális számok halmaza. Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek.	A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal: természetes szám, racionális szám, pontos szám és közelítő szám.	
Szabványmértékegységek és átváltásuk: hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg. Matematikatörténeti érdekességek: a hatvanas számrendszer kapcsolata idő mérésével.	Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzésének fejlesztése (pl. napirend, vásárlás). Az arányosság felismerése mennyiség és mérőszám kapcsolata alapján. Kreatív gondolkodás fejlesztése. Mennyiségi következtetés, becslési készség fejlesztése.	<i>Technika és tervezés:</i> műszaki rajz készítésénél a mértékegységek használata, főzésnél a tömeg, az űrtartalom és az idő mérése.
<b>7. Arányosság</b>		<b>6 + 1 óra</b>
Arányos következtetések. A mindennapi életben felmerülő, egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel. Egyenes arányosság.	A következtetési képesség fejlesztése. Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő	<i>Hon- és népismeret;</i> <i>Természettudomány:</i> Magyarország térképéről méretarányos távolságok meghatározása. A saját település, szűkebb lakókörnyezet térképének használata. <i>Vizuális kultúra:</i>

	szabványmértékegységeinek ismerete Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján Annak megfigyeltetése, hogy az egyik mennyiség változása milyen változást eredményez a hozzá tartozó mennyiségnél. Arányérzék fejlesztése, a valóságos viszonyok becslése települések térképe alapján.	valós tárgyak arányosan kicsinyített vagy nagyított rajza.
<b>8. Egyszerű szöveges feladatok</b>		<b>10 + 3 óra</b>
Szöveges feladatok megoldása. Egyszerű matematikai problémát tartalmazó rövidebb és hosszabb szövegek feldolgozása.	Szövegértés fejlesztése. Egyszerű matematikai problémát tartalmazó és a mindennapi élet köréből vett szövegek feldolgozása. Algoritmikus gondolkodás fejlesztése, gondolatmenet tagolása. Emlékezés elmondott, elolvasott történetekre, emlékeztetést segítő ábrák, vázlatok, rajzok készítése, visszaolvasása. Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással A megoldás ellenőrzése Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> olvasási és megértési stratégiák kialakítása (szövegben megfogalmazott helyzet, történet megfigyelése, értelmezése, lényeges és lényegtelen információk szétválasztása). <i>Vizuális kultúra:</i> elképzelt történetek vizuális megjelenítése különböző eszközökkel.
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>		
<i>Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek</i>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;</li> <li>• ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;</li> </ul>		
<i>Alapműveletek természetes számokkal</i>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;</li> </ul>		
<i>Egész számok; alapműveletek egész számokkal</i>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.</li> </ul>		



<ul style="list-style-type: none"> <li>• meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;</li> <li>• ismeri az egész számokat.</li> </ul> <p><i>Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;</li> <li>• érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;</li> <li>• megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját.</li> <li>• <i>Alapműveletek közönséges törtekkel</i></li> <li>• elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében,</li> <li>• ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat</li> <li>• <i>Alapműveletek tizedes törtekkel</i></li> <li>• gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.</li> <li>• megoldását ellenőrzi.</li> </ul> <p><i>Arányosság</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;</li> <li>• ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;</li> <li>• idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.</li> </ul>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Tíz-es számrendszer, helyi érték, alaki érték, számegyenes, összeadandók, az összeg tagjai, kisebbitendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, osztandó, osztó, hányados, maradék. Kerekítés, becslés, ellenőrzés. ellentett, Negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték.</p> <p>közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, közös nevező, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes véges és végtelen szakaszos tizedes tört, „kerekítés, hosszúság, űrtartalom, idő szabványmértékegységei, becslés, ellenőrzés</p>
<p><b>Javasolt tevékenységek</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?</li> <li>• Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték</li> <li>• „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak</li> <li>• „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból</li> <li>• A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása</li> <li>• Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal</li> <li>• Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen</li> <li>• Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket</li> <li>• Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (-10)-tól (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét</li> <li>• Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal</li> <li>• Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színeztetése; színezett részhez törtszám megfeleltetése Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecsisztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)</li> <li>• Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színeztetése A téglalapon kívül más alakzatok színeztetése, modellek alkalmazása Egyenlő és különböző törtek előállítás, összehasonlítása: játék az akaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival</li> <li>• A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)</li> <li>• A tizedes törttel való osztás bemutatása és meg tapasztalása mértékegység-átváltás segítségével</li> <li>• Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén</li> <li>• Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a <math>\frac{2}{3}</math> rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az <math>\frac{1}{3}</math> rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás</li> <li>• „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét</li> </ul>
--	--

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. A függvények, az analízis elemei</b>	<b>Órakeret 10 + 2 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése. Probléma felismerése.	

	Összefüggés-felismerő képesség fejlesztése. Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.		
<b>1. A függvények fogalmának előkészítése</b>		<b>5 + 1 óra</b>	
<b>Ismeretek, tanulási eredmények</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
Helymeghatározás gyakorlati szituációkban, konkrét esetekben. A Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszer. <i>Matematikatörténet: Descartes.</i>	Megadott pont koordinátáinak leolvasása, illetve koordináták segítségével pont ábrázolása a Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktáblán és a koordináta-rendszerben	<i>Természettudomány:</i> tájékozódás a térképen, fókuszát.	
Táblázat hiányzó elemeinek pótlása ismert vagy felismert szabály alapján, ábrázolásuk grafikonon.	A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése		
Egyszerű grafikonok értelmezése. Változó mennyiségek közötti kapcsolatok, ábrázolásuk derékszögű koordináta-rendszerben.	Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban Sorozatok adott szabály szerinti folytatása.	<i>Természettudomány:</i> időjárás grafikonok.	
<b>2. Sorozatok</b>		<b>5 + 1 óra</b>	
Sorozat megadása a képzés szabályával, illetve néhány elemével. Sorozatok folytatása adott szabály szerint.	Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	<i>Testnevelés; ének-zene; dráma és színház:</i> ismétlődő ritmus, tánc lépés, mozgás létrehozása, helymeghatározás a sportpályán.	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.</li> <li>sorozatokat adott szabály alapján folytat;</li> <li>néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.</li> </ul>			
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Sorozat, számsorozat, szabály, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, táblázat, grafikon.		
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése</li> <li>Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékoztató verseny</li> <li>Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése</li> </ul>		

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása „Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra</li> <li>• A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése</li> </ul>
--	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	IV. Geometria	Órakeret 35 + 9 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Térelemek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása.</p> <p>A sík- és térszemlélet fejlesztése. A vizuális képzelet fejlesztése.</p> <p>Rendszerező-képesség, halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: adatfelvétel, vázlatrajz, megszerkeszthetőség vizsgálata, szerkesztés).</p> <p>Számolási készség fejlesztése.</p> <p>A szaknyelv helyes használatának fejlesztése.</p> <p>A geometriai jelölések pontos használata.</p> <p>Pontos munkavégzésre nevelés. Esztétikai érzék fejlesztése.</p>	
<b>1. Mérés és mértékegységek</b>		<b>9 + 3 óra</b>
<b>Ismeretek, tanulási eredmények</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Sokszögek kerülete.	Kerület meghatározása méréssel, számolással. A matematika és gyakorlati élet közötti kapcsolat felismerése.	
Téglalap, négyzet kerülete, területe.	Adott alakzatok kerületének, területének meghatározása méréssel, számolással. Számolási készség fejlesztése.	<i>Technika és tervezés:</i> Udvarok, telkek kerülete. Az iskola és az otthon helyiségeinek alapterülete.
<b>2. Síkbeli alakzatok</b>		<b>9 + 2 óra</b>
Síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.	Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés	Síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.
<b>3. Transzformációk, szerkesztések</b>		<b>10 + 2 óra</b>
A tér elemei: pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.	A tanult térelemek felvétele és jelölése.	
Párhuzamosság, merőlegesség, konvexitás. Síkídomok, sokszögek (háromszögek, négyszögek) szemléletes fogalma.	Síkídomok, tulajdonságainak vizsgálata, közös tulajdonságok felismerése.	<i>Vizuális kultúra:</i> párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben.
A távolság szemléletes fogalma, adott tulajdonságú pontok keresése.	Körző, vonalzók helyes használata, két vonalzóval párhuzamosok, merőlegesek rajzolása.	<i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.

Két pont, pont és egyenes távolsága. Két egyenes távolsága. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok.	Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása	
Kör, gömb szemléletes fogalma. Sugár, átmérő, húr, szelő, érintő.	Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása Díszítőminták szerkesztése körzővel.	<i>Természettudomány:</i> földgömb. <i>Testnevelés:</i> tornaszerek: labdák, karikák stb.
Két ponttól egyenlő távolságra levő pontok. Szakaszfelező merőleges.	A problémamegoldó képesség fejlesztése. Pontosság igényének fejlesztése.	
A szög fogalma, mérése. Szögfajták. A szög jelölése, betűzése. <i>Matematikatörténet:</i> görög betűk használata a szögek jelölésére, a hatvanas számrendszer kapcsolata a szög mérésével.	Szögmérő használata. Fogalomalkotás képességének kialakítása, fejlesztése. Törekvés a pontos munkavégzésre.	<i>Történelem:</i> görög „abc” betűinek használata.
Adott egyenesre merőleges szerkesztése. Adott egyenessel párhuzamos szerkesztése. Téglalap, négyzet szerkesztése.	Gyakorlati példák a fogalmak mélyebb megértéséhez.	<i>Technika és tervezés:</i> <i>vizuális kultúra:</i> párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben (sínpár, épületek, bútorok, képkeretek stb. élei).
<b>4. Térgeometria</b>		<b>7 + 2 óra</b>
Kocka, téglatest tulajdonságai, hálója.	Testek építése, tulajdonságaik vizsgálata. Rendszerező képesség, halmazszemlélet fejlesztése. Testek csoportosítása adott tulajdonságok alapján. Térszemlélet fejlesztése térbeli analógiák keresésével.	<i>Technika és tervezés:</i> téglatest készítése, tulajdonságainak vizsgálata. <i>Vizuális kultúra:</i> egyszerű tárgyak, geometriai alakzatok tervezése, makettek készítése.
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az úrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;</li> <li>• síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.</li> <li>• csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint;</li> <li>• felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;</li> <li>• a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;</li> <li>• ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol.</li> <li>• testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;</li> <li>• ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek számasorozatokat adott szabály alapján folytat;</li> <li>• néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.</li> </ul>		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Pont, egyenes, szakasz, félegyenes, sík, merőlegesség, párhuzamosság, szögfajták. Távolság, szakaszfelező merőleges, szögfelező.	

	Síkidom, sokszög, kör, test, csúcs, él, lap, szög, gömb. Szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, Kerület, terület, felszín, testek hálója, térfogat.
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Szívószál-modellel szögtartományok kijelölése Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata</li> <li>• Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés összterfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...)</li> <li>• Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása</li> <li>• Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása</li> <li>• Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)</li> <li>• Szívószálból, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)</li> <li>• Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása</li> <li>• Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)</li> <li>• Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése</li> <li>• Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése</li> </ul>

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>V. Leíró statisztika</b>	<b>Órakeret</b> <b>8 + 2 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. Megfigyelőképesség, az összefüggés-felismerő képesség, elemzőképesség fejlesztése.	
<b>1. Leíró statisztika</b>		<b>4 + 1 óra</b>
<b>Ismeretek, tanulási eredmények</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Adatok tervszerű gyűjtése, rendezése. Egyszerű diagramok, értelmezése, táblázatok olvasása, készítése. Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;	Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás) Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint	<i>Technika és tervezés:</i> menetrend adatainak értelmezése; kalóriatáblázat vizsgálata.  <i>Digitális kultúra:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.
Átlagszámítás néhány adat esetén (számtani közép).	Az átlag lényegének megértése. Számolási készség fejlődése.	<i>Természettudomány:</i> időjárás-átlagok (csapadék, hőingadozás, napi, havi, évi középhőmérséklet).

<b>2. Valószínűség-számítás</b>		<b>4 + 1 óra</b>
Valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is; Valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;	Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;</li> </ul>		
<b>Kulcsfogalmak /fogalmak</b>	Adat, diagram, átlag, valószínűségi kísérlet, biztos esemény, lehetetlen esemény.	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában</li> <li>• Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmével, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal</li> <li>• Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével</li> <li>• 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz</li> <li>• „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít</li> </ul>	

### A továbbhaladás feltételei 5. osztály végén

<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján, részhalmaz felírása, felismerése.</li> <li>• Két véges halmaz közös részének, illetve uniójának felírása, ábrázolása.</li> <li>• Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint.</li> <li>• Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.</li> <li>• Állítások igazságának eldöntése, igaz és hamis állítások megfogalmazása.</li> <li>• Összehasonlításhoz szükséges kifejezések helyes használata.</li> <li>• Néhány elem összes sorrendjének felírása.</li> </ul> <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Racionális számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen.</li> <li>• Ellentett, abszolút érték felírása.</li> <li>• Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben.</li> <li>• A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, az egyenes arányosság felismerése, használata.</li> <li>• Két-három műveletet tartalmazó műveletsor eredményének kiszámítása, a műveleti sorrendre vonatkozó szabályok ismerete, alkalmazása. Zárójelek alkalmazása.</li> <li>• Szöveges feladatok megoldása következtetéssel (az adatok közötti összefüggések felírása szimbólumokkal).</li> <li>• Becslés, ellenőrzés segítségével a kapott eredmények helyességének megítélése.</li> </ul>
--

- A hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg szabványmértékegységeinek ismerete. Mértékegységek egyszerűbb átváltásai gyakorlati feladatokban. Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során.

***Összefüggések, függvények, sorozatok***

- Tájékozódás a koordinátarendszerben: pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása.
- Egyszerűbb grafikonok, elemzése.
- Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint, szabályok felismerése, megfogalmazása néhány tagjával elkezdett sorozat esetén.

***Geometria***

- Térelemek, félegyenes, szakasz, szögtartomány, sík, fogalmának ismerete.
- A geometriai ismeretek segítségével a feltételeknek megfelelő ábrák pontos szerkesztése. A körző, vonalzó célszerű használata.
- Alapszerkesztések: pont és egyenes távolsága, két párhuzamos egyenes távolsága, szakaszfelező merőleges, szögfelező, szögmásolás, merőleges és párhuzamos egyenesek.
- A tanult síkbeli és térbeli alakzatok tulajdonságainak ismerete
- Téglalap és a négyzet kerületének és területének kiszámítása.

***Valószínűség, statisztika***

- Egyszerű diagramok értelmezése, táblázatok olvasása.
- Néhány szám számítani közepének kiszámítása.
- Valószínűségi játékok, kísérletek során adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, ábrázolása.



## HATODIK ÉVFOLYAM

Tematikai egység címe és a témakörök	óraszám heti 4,5 órára
I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	<b>9 + 1</b>
1. Halmazok	5
2. Matematikai logika, kombinatorika	4 + 1
II. Számtan, algebra	<b>72 + 8</b>
1. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	9 + 1
2. Alapműveletek természetes számokkal	7
3. Egész számok, alapműveletek egész számokkal	8
4. Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	9
5. Alapműveletek közönséges törtekkel	10 + 2
6. Alapműveletek tizedes törtekkel	7
7. Arányosság, százalékszámítás	12 + 3
8. Egyszerű szöveges feladatok	10 + 2
III. Függvények, az analízis elemei	<b>9</b>
1. A függvény fogalmának előkészítése	5
2. Sorozatok	4
IV. Geometria	<b>35 + 4</b>
1. Mérés és mértékegységek	7 + 1
2. Síkbeli alakzatok	9 + 1
3. Transzformációk, szerkesztések	10 + 2
4. Térgeometria	9
V. Statisztika, valószínűség	<b>9 + 1</b>
1. Leíró statisztika	5
2. Valószínűség-számítás	4 + 1
Összes óraszám:	<b>136 + 14</b>
Ismétlés, számonkérés (szabad órakeret)	<b>10 + 4</b>
<b>Összesen:</b>	<b>162</b>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 9 + 1 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek tudatos memorizálása, felidézése. A megtanulást segítő eszközök és módszerek megismerése, értelmes, interaktív használatának fejlesztése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok megismerése. Valószínűségi és statisztikai szemlélet fejlesztése. Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének kialakítása. Kommunikáció fejlesztése. A saját képességek és műveltség fejlesztésének igénye.	
<b>1. Halmazok</b>		<b>5 óra</b>
<b>Ismeretek, tanulási eredmények</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Elemeket halmazba rendez több szempont alapján; Részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol; Véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;	Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint Halmazábra készítése Számhalmazok szemléltetése számegyenesen Részhalmazok felismerése ábráról Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.	

Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.		
<b>2. Matematikai logika, kombinatorika</b>		<b>4 + 1 óra</b>
Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg; Tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít; A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére; Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket. Változatos tartalmú szövegek értelmezése. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata (pl. egyenlő; kisebb; nagyobb; több; kevesebb; nem; és; vagy; minden; van olyan, legalább, legfeljebb).	Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása Az összes eset előállításánál rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés, lényegkiemelés
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol</li> <li>- állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.</li> </ul>		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, közös rész, egyesítés, számegyenes „igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak</li> <li>- Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése</li> <li>- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása</li> <li>- Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása</li> <li>- „Bíróági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat</li> <li>- „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább</li> <li>- „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása</li> </ul>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése</li> <li>- Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában</li> </ul>
--	---

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>II. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 72 + 8 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Biztos számfogalom kialakítása. Számolási készség fejlesztése. A műveleti sorrend használatának fejlesztése, készségszintre emelése. Mértékegységek helyes használata és pontos átváltása.</p> <p>Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzelt és tényleges megoldás összevetése. Egyszerűsített rajz készítése lényeges elemek megőrzésével.</p> <p>Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése. Pénzügyi ismeretek alapozása.</p> <p>Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.</p>	
<b>1. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek</b>		<b>9 + 1 óra</b>
<b>Ismeretek, tanulási eredmények</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;</p> <p>Meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.</p>	<p>Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása</p>	<p><i>Természettudomány:</i> Magyarország lakosainak száma.</p>
<p>Egyszerű oszthatósági szabályok (2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 9-cel, 10-zel, 100-zal).</p> <p>Két szám közös osztói, közös többszörösei.</p>	<p>Az osztó, többszörös fogalmának elmélyítése.</p> <p>Két szám közös osztóinak kiválasztása az összes osztóból. A legkisebb pozitív közös többszörös megkeresése.</p> <p>2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása</p> <p>A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint</p>	<p><i>Testnevelés:</i> csapatok összeállítása.</p>
<b>2. Alapműveletek természetes számokkal</b>		<b>7 óra</b>
<p>Írásban összead, kivon és szoroz;</p> <p>Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;</p> <p>A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt ésszerűen kerekíti;</p>	<p>Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása</p> <p>Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban</p> <p>Írásbeli osztás algoritmusa</p> <p>kétjegyű természetes számmal</p> <p>Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a</p>	

<p>A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít; A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.</p>	<p>hányados becslése A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejből, írásban és géppel számolás esetén Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban Zárójeleket tartalmazó művelet sorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés</p>	
<b>3. Egész számok, alpműveletek egész számokkal</b>		<b>8 óra</b>
<p>Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében; A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti; A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít; A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.</p>	<p>Készpénz, adósság fogalmának továbbfejlesztése. Mélységek és magasságok értelmezése matematikai szemlélettel.</p>	<p><i>Természettudomány; hon- és népismeret:</i> földrajzi adatok vizsgálata.  <i>Történelem,</i> időtartam számolása időszámítás előtti és időszámítás utáni történelmi eseményekkel.</p>
<b>4. Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok</b>		<b>9 óra</b>
<p>Ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.</p>	<p>Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén</p>	<p><i>Ének-zene:</i> a törtszámok és a hangjegyek értékének kapcsolata.</p>

	Számok ábrázolása számegegyesen	
<b>5. Alapművelet közöséges törtekkel</b>		<b>10 + 2 óra</b>
Elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével; Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében; A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt ésszerűen kerekíti.	Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása Alapműveletek elvégzése a közöséges törtek körében Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban A műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása Kapott eredmény ellenőrzése	
<b>6. Alapművelet tizedes törtekkel</b>		<b>7 óra</b>
Elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével; Írásban összead, kivon és szoroz; Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében; A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt ésszerűen kerekíti; A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becslőni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít; A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.	Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban A műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése Kapott eredmény ellenőrzése; ésszerű kerekítés.	
<b>7. Arányosság, százalékszámítás</b>		<b>12 + 3 óra</b>
Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;	Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben Az egyenesen arányos	<i>Hon- és népiismeret;</i> <i>Természettudomány;</i> Magyarország térképéről

<p>Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját; Ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold; Ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén; Idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.</p>	<p>mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján Törtrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben</p>	<p>méretarányos távolságok meghatározása. A saját település, szűkebb lakókörnyezet térképének használata. <i>Vizuális kultúra:</i> valós tárgyak arányosan kicsinyített vagy nagyított rajza.</p>
<b>8. Egyszerű szöveges feladatok</b>		<b>10 + 2 óra</b>
<p>Egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold; Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít; Matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; Gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.</p>	<p>Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással A megoldás ellenőrzése Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> olvasási és megértési stratégiák kialakítása (szövegben megfogalmazott helyzet, történes megfigyelése, értelmezése, lényeges és lényegtelen információk szétválasztása). <i>Vizuális kultúra:</i> elképzelt történetek vizuális megjelenítése különböző eszközökkel.</p>
<p><b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;</li> <li>– ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;</li> <li>– a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.</li> <li>– gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.</li> <li>– meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;</li> <li>– ismeri az egész számokat.</li> <li>– ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;</li> </ul>		

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;</li> <li>– megfelelteti egymásnak a racionális számok közös nevezőre tört és tizedes tört alakját.</li> <li>– meghatározza konkrét számok reciprokát.</li> <li>– gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.</li> <li>– megoldását ellenőrzi.</li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös, összeadandók, az összeg tagjai, kibővítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel. Közös osztó, közös többszörös. Kerekítés, becslés, ellenőrzés. Arány, egyenes arányosság. Százalék, százaléktört, alap, százalékláb. Negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték. Közös nevező, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, közös nevező, reciprokok, tizedestört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes, kerekítés, arány, egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei, becslés, ellenőrzés</p>
<p style="text-align: center;"><b>Javasolt tevékenységek</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről</li> <li>- „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak</li> <li>- Oszthatósági tulajdonságok megfigyelése 3, 4, 5, ... oldalú hasábra felcsavart számegyenes segítségével</li> <li>- „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább</li> <li>- „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból</li> <li>- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása</li> <li>- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása</li> <li>- Vagyon helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal</li> <li>- Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen</li> <li>- Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal</li> <li>- „Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése</li> <li>- Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegegyeneseken</li> <li>- „21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törtet összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t</li> <li>- A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével</li> <li>- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén</li> <li>- Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a <math>\frac{2}{3}</math> rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az <math>\frac{1}{3}</math> rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás</li> <li>- Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és Természettudományi tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése</li> <li>- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét</li> <li>- Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal</li> </ul>
--	---

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>III. Függvények, az analízis elemei</b>	<b>Órakeret 9 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése. Probléma felismerése. Összefüggés-felismerő képesség fejlesztése. Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	
<b>1. A függvény fogalmának előkészítése</b>		<b>5 óra</b>
<b>Ismeretek, tanulási eredmények</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre; Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.	A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése Tájékozódás térképen, nézőtéren, saktáblán és a koordináta-rendszerben Egyenes arányosság grafikonjának felismerése	<i>Természettudomány:</i> tájékozódás a térképen, fokhálózat.
<b>2. Sorozatok</b>		<b>4 óra</b>
Sorozatokat adott szabály alapján folytat; Néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.	Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban Sorozatok adott szabály szerinti folytatása	<i>Testnevelés; ének-zene; dráma és színház:</i> ismétlődő ritmus, tánclépés, mozgás létrehozása, helymeghatározás a sportpályán.



	Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása fejlesztése.	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.</li> <li>– sorozatokat adott szabály alapján folytat;</li> <li>– néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.</li> </ul>		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Sorozat, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, táblázat, grafikon.	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése</li> <li>- „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk</li> <li>- Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése „Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása</li> <li>- Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése</li> <li>- „Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra</li> <li>- A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése</li> </ul>	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>IV. Geometria</b>	<b>Órakeret 35 + 4 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Tételek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. A sík- és térszemlélet fejlesztése. A vizuális képzelet fejlesztése. Rendszerező-képesség, halmazszemlélet fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztéskor: adatfelvétel, vázlatrajz, megszerkeszthetőség vizsgálata, szerkesztés). Számolási készség fejlesztése. A szaknyelv helyes használatának fejlesztése. A geometriai jelölések pontos használata. Pontos munkavégzésre nevelés. Esztétikai érzék fejlesztése.</p>	
<b>1. Mérések és mértékegységek</b>		<b>7 + 1 óra</b>
<b>Ismeretek, tanulási eredmények</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét; Ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és	Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben	<i>Technika és tervezés:</i> Udvarok, telkek kerülete. Az iskola és az otthon helyiségeinek alapterülete.

számítások esetén; Egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát mérésrel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.	Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása Sokszögek területének meghatározása átdarabolással Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása	
<b>2. Síkbeli alakzatok</b>		<b>9 + 1 óra</b>
Ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget; Ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma; Ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet; Ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat; A háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában; Ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között; Ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség.	Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása	
<b>3. Transzformációk, szerkesztések</b>		<b>10 + 2 óra</b>
Megszerkeszti alakzatok tengelyes tükörképét; Geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát; Ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget; Felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben; Ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában	Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben	<i>Technika és tervezés:</i> megfelelő eszközök segítségével figyelmes, pontos munkavégzés.

van alkalmazási lehetőségeikkel.	Alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése	
<b>4. Térgeometria</b>		<b>9 óra</b>
A kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti; Testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján; Ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló; Ismeri a gömb tulajdonságait; A kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában..	Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló Testek közül gömb kiválasztása Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése .	<i>Technika és tervezés:</i> téglatest készítése, tulajdonságainak vizsgálata.  <i>Vizuális kultúra:</i> egyszerű tárgyak, geometriai alakzatok tervezése, makettek készítése.
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.</li> <li>– csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaiik szerint;</li> <li>– felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.</li> <li>– tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;</li> <li>– felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;</li> <li>– a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;</li> <li>– ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőleget, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol.</li> </ul>		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei, síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet, szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes, test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet .	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Szívószál-moddellal szögtartományok kijelölése Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata</li> <li>- Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata...)</li> </ul> Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása</li> <li>- Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)</li> <li>- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)</li> <li>- Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása</li> <li>- Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése</li> <li>- Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása</li> <li>- Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása</li> <li>- Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével</li> <li>- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása</li> <li>- Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)</li> <li>- Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése</li> <li>- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben</li> </ul>
--	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	V. Statisztika, valószínűség	Órakeret 9 + 1 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Megfigyelőképesség, az összefüggés-felismerő képesség, elemzőképesség fejlesztése.	
<b>1. Leíró statisztika</b>		<b>5 óra</b>
<b>Ismeretek, tanulási eredmények</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti; Adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is; Különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak; Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg; Konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a	Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás) A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdigram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdigram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén	<i>Technika és tervezés:</i> menetrend adatainak értelmezése; kalóriatáblázat vizsgálata.  <i>Digitális kultúra:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.

középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.	Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása.	
<b>2. Valószínűség számítás</b>		<b>4 + 1 óra</b>
Valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is; Valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ; Ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.	Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;</li> <li>– ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.</li> </ul>		
<b>Kulcsfogalmak /fogalmak</b>	Adat, diagram, átlag, valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos ” esemény; „lehetetlen” esemény.	
<b>Javasolt tevékenységek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)</li> <li>- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában</li> <li>- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmével, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal</li> <li>- Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád</li> <li>- Bökös játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfognak a korongjai</li> <li>- „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.</li> </ul>	

## A továbbhaladás feltételei a 6. osztály végén

### *Gondolkodási és megismerési módszerek*

- konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.
- állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja..

### *Számtan, algebra*

- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
- ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;
- ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;
- a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
- ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;
- ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;
- a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.
- gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.
- meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
- ismeri az egész számokat.
- ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
- megfelelteti egymásnak a racionális számok közösleges tört és tizedes tört alakját.
- meghatározza konkrét számok reciprokát.
- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.
- megoldását ellenőrzi.

### *Összefüggések, függvények, sorozatok*

- tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.
- sorozatokat adott szabály alapján folytat;
- néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

### *Geometria*

- síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.
- csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.
- tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
- a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
- ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol.

### *Valószínűség, statisztika*

- Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása.
- Valószínűségi játékok, kísérletek során adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, ábrázolása.

## **HETEDIK-NYOLCADIK ÉVFOLYAM**

A 7 – 8. évfolyamon nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7 – 8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek. Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód. A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre, ismétlésre 12 óra van tervezve.

## HETEDIK ÉVFOLYAM

Tematikai egység címe	7. évfolyam heti 4 óra
<b>I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b>	<b>16</b>
1. Halmazok, számhalmazok	6
2. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	10
<b>II. Számтан, algebra</b>	<b>38+26</b>
1. Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	9+11
2. Arányosság, százalékszámítás	11+3
3. Szöveges feladatok előkészítése	8+6
4. Szöveges feladatok	10+6
<b>III. Függvények, az analízis elemei</b>	<b>6</b>
1. A függvények fogalmának előkészítése	6
<b>IV. Geometria</b>	<b>30+4</b>
1. Síkbeli alakzatok	12
2. Transzformációk, szerkesztések	10+4
3. Térgeometria	8
<b>V. Statisztika, valószínűség</b>	<b>12</b>
1. Leíró statisztika	6
2. Valószínűség számítás	6
<b>Ismétlés, számonkérés: Szabad órakeret</b>	<b>6+6</b>
<b>összesen:</b>	<b>108</b>
<b>Szabadon tervezhető órakeret terhére évfolyamonként heti 1 – 1 óra plusz</b>	<b>36</b>
<b>összesen:</b>	<b>144</b>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 16 óra
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része.</p> <p>Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása.</p> <p>Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése.</p> <p>A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése.</p> <p>A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.</p>	
<b>1. Halmazok, számhalmazok</b>		<b>6 óra</b>
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Elemeket halmazba rendez több szempont alapján;	Halmazokba rendezés több szempont szerint	



<p>Részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol; Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegegyenesen ábrázol; Véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben; Ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.</p>	<p>Halmazábra készítése Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegegyenesen Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre.</p>	
<b>2. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b>		<b>10 óra</b>
<p>Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg; Tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít; A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére; Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;</p>	<p>Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata Egyszerű stratégiai és logikai játékok Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.</p>
<p><b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– elemeket halmazba rendez több szempont alapján;</li> <li>– részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;</li> <li>– számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegegyenesen ábrázol;</li> </ul>		

<ul style="list-style-type: none"> <li>– véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;</li> <li>– ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.</li> <li>– tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;</li> <li>– a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;</li> <li>– összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;</li> </ul>	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört, „minden”, „van olyan”,

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	II. Számelmélet, algebra	Órakeret 38 +26 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Műveletek racionális számokkal. Ellentett, abszolút érték, reciprok. Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben. A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság. Alapműveletek racionális számokkal írásban. A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is. Szöveges feladatok megoldása. A százalékszámítás alapjai.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával. A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése. Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása. Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.	
<b>1. Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök</b>		<b>9+11 óra</b>
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Műveletek racionális számkörben írásban és számológéppel. Az eredmény helyes és értelmes kerekítése. Eredmények becslése, ellenőrzése.	Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: számításos feladatok.</i>

	felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása	
<b>2. Arányosság, százalékszámítás</b>		<b>11+3 óra</b>
<p>Isméri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;</p> <p>Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;</p> <p>Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.</p>	<p>Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben</p> <p>Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása</p> <p>Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom</p> <p>Banki ajánlatok (ügyműveletek, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása</p> <p>Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása</p> <p>A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése</p> <p>Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.</p> <p><i>Fizika; kémia; földrajz:</i> arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban.</p> <p><i>Technika és tervezés:</i> műszaki rajzok értelmezése.</p>
<b>3. Szöveges feladatok előkészítése</b>		<b>8+6 óra</b>
<p>Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.</p>	<p>Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére</p> <p>Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása</p> <p>Helyettesítési érték számolása</p> <p>Egytagú kifejezések számmal való szorzása</p> <p>Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása</p> <p>Két tagból közös számtényező kiemelése</p> <p>Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebonthatással</p>	<p><i>Fizika:</i> összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén.</p>
<b>4. Szöveges feladatok</b>		<b>10+6 óra</b>
<p>Különböző szövegekhez</p>	<p>Különböző szövegekhez</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i></p>

<p>megfelelő modelleket készít.</p>	<p>megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)</p> <p>Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel</p> <p>Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel</p> <p>Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása</p> <p>– Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése</p>	<p>szövegértés, szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása.</p>
<p>– <b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;</li> <li>– meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;</li> <li>– pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;</li> <li>– ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;</li> <li>– felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;</li> <li>– felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.</li> <li>– ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;</li> <li>– idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint</li> <li>– különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.</li> <li>– matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;</li> <li>– gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.</li> <li>– egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;</li> <li>– egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;</li> <li>– egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvével megold.</li> </ul>		
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei, változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egyenmű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv, ellenőrzés,</p>	

<p><b>Tematikai egység/</b></p>	<p><b>III. Függvények, az analízis elemei</b></p>	<p><b>Órakeret 6 óra</b></p>
---------------------------------	---	----------------------------------

<b>Fejlesztési cél</b>		
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).	
<b>1. A függvény fogalmának előkészítése</b>		<b>6 óra</b>
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;  Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.	Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása  Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont  Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása  Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása  Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben  Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása	<i>Fizika; biológia; kémia; földrajz:</i> függvényekkel leírható folyamatok.
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;</li> <li>– felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.</li> <li>– konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;</li> <li>– értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;</li> <li>– egyszerű grafikonokat jellemez.</li> </ul>		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>IV. Geometria</b>	<b>Órakeret 30+4 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Háromszögek, csoportosításuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek. Téglatest tulajdonságai. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Egyszerű alakzatok tengelyes tükörképének	

	<p>megszerkesztése.</p> <p>Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése.</p> <p>Szerkesztési eszközök használata.</p> <p>Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása.</p> <p>A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása.</p> <p>A téglatest felszínének és térfogatának a kiszámítása.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Rendszerező készség fejlesztése.</p> <p>A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése.</p> <p>Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése.</p> <p>Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése.</p> <p>Képzeletben történő mozgatás: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése.</p> <p>A pontos munkavégzés igényének fejlesztése.</p> <p>A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió).</p> <p>Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményezőképeség, együttműködési készség, tolerancia.</p>	
<b>1. Síkbeli alakzatok</b>		<b>12 óra</b>
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;</p> <p>Ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;</p> <p>Ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;</p> <p>A háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;</p> <p>Meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;</p> <p>Ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.</p>	<p>Háromszögek külső szögeinek összege</p> <p>Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma</p> <p>A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra</p> <p>Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások</p> <p>Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete</p>	
<b>2. Transzformációk, szerkesztések</b>		<b>10+4 óra</b>

<p>Megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;</p> <p>Geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;</p> <p>Ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.</p>	<p>Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása</p> <p>Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben</p> <p>Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése</p> <p>Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése</p> <p>Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió</p> <p>Dinamikus geometriai szoftver használata</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> művészeti alkotások megfigyelése a tanult transzformációk segítségével.</p>
<b>10 Téргеometria</b>		<b>8 óra</b>
<p>A kocka, a téglatest, a hasáb és a hálóját elkészíti;</p> <p>Testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;</p> <p>Ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;</p> <p>Egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;</p> <p>A kocka, a téglatest, a hasáb, tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.</p>	<p>Környezetünk tárgyaiban a hasáb, alakú testek felfedezése</p> <p>Hasáb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló</p> <p>Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján</p> <p>Testek hálójának készítése</p> <p>Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással</p>	<p><i>Technika és tervezés:</i> modellek készítése, tulajdonságainak vizsgálata.</p> <p><i>Történelem:</i> történelmi épületek látszati képe és alaprajza közötti összefüggések megfigyelése.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.</p>
<p><b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;</li> <li>– ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;</li> <li>– ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;</li> <li>– a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;</li> <li>– meghatározza háromszögek és speciális négyszögek területét, területét;</li> <li>– ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.</li> </ul>		

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükrképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.
- a kocka, a téglatest, a hasáb hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

**Kulcsfogal-  
mak/  
fogalmak**

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk, szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, hasáb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>V. Statisztika, valószínűség</b>	<b>Órakeret 12 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása. Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.	
<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Gazdasági nevelés.	
<b>1. Leíró statisztika</b>		<b>6 óra</b>
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;  Adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;  Különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;  Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után	Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése  Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon  Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak  Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint  Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása  Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása	<i>Testnevelés:</i> teljesítmények adatainak, mérkőzések eredményeinek táblázatba rendezése.



<p>következtetéseket fogalmaz meg;</p> <p>Konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.</p>	<p>Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása</p> <p>Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása</p>	
<p><b>2. Valószínűség számítás</b></p>		<p><b>6 óra</b></p>
<p>Valószínűségi kísérletek. Valószínűség előzetes becslése, szemléletes fogalma.</p> <p>Valószínűségi kísérletek, eredmények lejegyzése.</p> <p>Gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma.</p> <p>Matematikatörténet: érdekességek a valószínűség-számítás fejlődéséről.</p>	<p>Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is</p> <p>Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése</p> <p>Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál</p> <p>A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során.</p>	
<p>– <b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;</li> <li>– adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;</li> <li>– különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;</li> <li>– megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;</li> <li>– konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.</li> <li>– valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;</li> <li>– valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;</li> <li>– ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.</li> </ul>		
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>oszlopdiaagram, kördiaagram, vonaldiaagram, pontdiaagram, esély, gyakoriság, relatív gyakoriság</p>	

**A továbbhaladás feltételei a 7. osztály végén**

- Gondolkodási és megismerési módszerek
- Elemek halmazba rendezése több szempont alapján.

- Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása.
- Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben.
- Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával.
- Fagráfok használata feladatmegoldások során.
- Számtan, algebra
- Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése., helyes és értelmes kerekítése.
- Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.
- A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során.
- A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül.
- Prímszám, összetett szám. Prímtényezős felbontás.
- Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval.
- Négyzetre emelés, hatványozás pozitív egész kitevők esetén.
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen.
- A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.
- Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére.
- Összefüggések, függvények, sorozatok
- Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint.
- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is.
- Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző típusú grafikonon.
- Geometria
- A tanuló a geometriai ismeretek segítségével jó ábrák készítése, pontos szerkesztések végzése.
- A tanult geometriai alakzatok tulajdonságainak ismerete (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetes négyszögek szimmetriatulajdonságai), ezek alkalmazása a feladatok megoldásában.
- Tengelyes és középpontos tükrökép, szerkesztése.
- Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban.
- A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében a mindennapjainkban előforduló testek térfogatának, űrtartalmának kiszámítása.
- Valószínűség, statisztika
- Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása.
- Konkrét feladatokban az esély, illetve valószínűség fogalmának értése, a biztos és a lehetetlen esemény felismerése.
- Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban.
- Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezése.

## NYOLCADIK ÉVFOLYAM

Tematikai egység címe	8. évfolyam heti 4 óra
<b>I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b>	<b>14+2</b>
1. Halmazok, számhalmazok	6
2. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	8+2
<b>II. Számтан, algebra</b>	<b>40+24</b>
1. Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	9+10
2. Arányosság, százalékszámítás	11+2
3. Szöveges feladatok előkészítése	8+6
4. Szöveges feladatok	12+6
<b>III. Függvények, az analízis elemei</b>	<b>6+2</b>
1. A függvények fogalmának előkészítése	6+2
<b>IV. Geometria</b>	<b>30+2</b>
1. Síkbeli alakzatok	8
2. Transzformációk, szerkesztések	10+2
3. Térgeometria	12
<b>V. Statisztika, valószínűség</b>	<b>12</b>
1. Leíró statisztika	6
2. Valószínűség számítás	6
<b>Ismétlés, számonkérés: Szabad órakeret</b>	6+6
<b>összesen:</b>	<b>108</b>
<b>Szabadon tervezhető órakeret terhére évfolyamonként heti 1 – 1 óra plusz</b>	<b>36</b>
<b>összesen:</b>	<b>144</b>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 14+2 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része. Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése. Szóbeli és írásbeli kifejezőképesség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése. A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.	
<b>1. Halmazok, számhalmazok</b>		<b>6 óra</b>
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Elemeket halmazba rendez	Halmazokba rendezés több	

<p>több szempont alapján;</p> <p>Részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;</p> <p>Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegegyenesen ábrázol;</p> <p>Véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;</p> <p>Ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.</p>	<p>szempont szerint</p> <p>Halmazábra készítése</p> <p>Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegegyenesen</p> <p>Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben</p> <p>Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben</p> <p>Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése</p> <p>Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete</p> <p>Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre.</p>	
<p><b>2. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b></p>		<p><b>8+2 óra</b></p>
<p>Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;</p> <p>Tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;</p> <p>A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;</p> <p>Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;</p> <p>Konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.</p>	<p>Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása</p> <p>A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata</p> <p>Egyszerű stratégiai és logikai játékok</p> <p>Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is</p> <p>Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül</p> <p>Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás.</p> <p>Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.</p>
<p><b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– elemeket halmazba rendez több szempont alapján;</li> </ul>		

- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört, „minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle.
--------------------------------	---

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>II. Számelmélet, algebra</b>	<b>Órakeret 40+24 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Műveletek racionális számokkal. Ellentett, abszolút érték, reciprok. Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben. A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság. Alapműveletek racionális számokkal írásban. A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is. Szöveges feladatok megoldása. A százalékszámítás alapjai.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával. A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészek képzeletben való felidézése. Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása. Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.	
<b>1. Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök</b>		<b>9+10 óra</b>
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben; Meghatározza természetes	Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben	<i>Fizika; kémia; biológia; földrajz:</i> számításos feladatok.

<p>számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;</p> <p>Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;</p> <p>Négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.</p> <p>Ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.</p>	<p>Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása</p> <p>Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása</p> <p>Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása</p>	
<b>2. Arányosság, százalékszámítás</b>		<b>11+2 óra</b>
<p>Ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;</p> <p>Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;</p> <p>Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.</p>	<p>Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben</p> <p>Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása</p> <p>Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom</p> <p>Banki ajánlatok (ügyfélcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása</p> <p>Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása</p> <p>A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése</p> <p>Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.</p> <p><i>Fizika; kémia; földrajz:</i> arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban.</p> <p><i>Technika és tervezés:</i> műszaki rajzok értelmezése.</p>
<b>3. Szöveges feladatok előkészítése</b>		<b>8+6 óra</b>
<p>Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.</p> <p>Egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;</p> <p>Egy- vagy kétagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;</p> <p>Egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és</p>	<p>Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére</p> <p>Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása</p> <p>Helyettesítési érték számolása</p> <p>Egytagú kifejezések számmal való szorzása</p> <p>Kétagú betűs kifejezés számmal</p>	<p><i>Fizika:</i> összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén.</p>

mérlegelvvvel megold.	való szorzása Két tagból közös számtényező kiemelése Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással	
<b>4. Szöveges feladatok</b>		<b>12+6 óra</b>
Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít. Matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; Gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.	Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása) Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása.
<p><b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;</li> <li>– meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;</li> <li>– pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;</li> <li>– négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.</li> <li>– ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;</li> <li>– felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;</li> <li>– felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.</li> <li>– ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;</li> <li>– idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint</li> <li>– különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.</li> <li>– matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;</li> <li>– gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;</li> <li>– gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.</li> <li>– egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;</li> </ul>		

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;</li> <li>– egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvével megold.</li> </ul>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám négyzetszámok négyzetgyöke, fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei, változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv, ellenőrzés

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	III. Függvények, az analízis elemei	Órakeret 6+2 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).	
<b>1. A függvény fogalmának előkészítése</b>		<b>6+2 óra</b>
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;</p> <p>Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.</p> <p>Matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;</p> <p>Gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;</p> <p>Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.</p>	<p>Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása</p> <p>Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont</p> <p>Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása</p> <p>Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása</p> <p>Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben</p> <p>Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása.</p>	<p><i>Fizika; biológia; kémia; földrajz:</i> függvényekkel leírható folyamatok.</p>
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;</li> <li>– felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.</li> <li>– konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;</li> <li>– értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;</li> <li>– egyszerű grafikonokat jellemez.</li> </ul>		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon	



Tematikai egység/ Fejlesztési cél	IV. Geometria	Órakeret 30+2 óra
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Háromszögek, csoportosításuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek. Téglatest tulajdonságai. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Egyszerű alakzatok tengelyes tükröképének megszerkesztése. Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése. Szerkesztési eszközök használata. Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása. A téglatest felszínének és térfogatának a kiszámítása.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Rendszerező készség fejlesztése. A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése. Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése. Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése. Képzeletben történő mozgatás: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése. A pontos munkavégzés igényének fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió). Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményező-készség, együttműködési készség, tolerancia.</p>	
<b>1. Síkbeli alakzatok</b>		<b>8 óra</b>
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;</p> <p>Ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;</p> <p>Ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;</p> <p>A háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok</p>	<p>Háromszögek külső szögeinek összege</p> <p>Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma</p> <p>A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra</p> <p>Háromszögek, speciális négyszögek területének, területének kiszámítása ábra</p>	

<p>megoldásában;</p> <p>Meghatározza háromszögek és speciális négyszögek területét, területét;</p>	<p>alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások</p> <p>Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása</p> <p>Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete</p>	
<b>2. Transzformációk, szerkesztések</b>		<b>10+2 óra</b>
<p>Megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;</p> <p>Geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;</p> <p>Felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;</p> <p>Ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.</p>	<p>Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása</p> <p>Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben</p> <p>Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése</p> <p>Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése</p> <p>Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió</p> <p>Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben</p> <p>Dinamikus geometriai szoftver használata.</p>	<p><i>Technika és tervezés:</i> műszaki rajz készítése.</p> <p><i>Földrajz:</i> szélességi körök és hosszúsági fokok.</p>
<b>3. Térgeometria</b>		<b>12 óra</b>
<p>A kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;</p> <p>Testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;</p> <p>Ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;</p> <p>Egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;</p> <p>Ismeri a gömb tulajdonságait;</p> <p>A kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok</p>	<p>Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése</p> <p>Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló</p> <p>Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján</p> <p>Testek hálójának készítése</p> <p>A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai</p> <p>A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek</p> <p>Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással</p>	<p><i>Technika és tervezés:</i> modellek készítése, tulajdonságainak vizsgálata.</p> <p><i>Történelem:</i> történelmi épületek látszati képe és alaprajza közötti összefüggések megfigyelése.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.</p>

megoldásában.		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– <b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></li> <li>– ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;</li> <li>– ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;</li> <li>– ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;</li> <li>– a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;</li> <li>– meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;</li> <li>– ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;</li> <li>– ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.</li> <li>– megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;</li> <li>– geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;</li> <li>– felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;</li> <li>– ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.</li> <li>– a kocka, a téglatest, a hasáb hálóját elkészíti;</li> <li>– testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;</li> <li>– ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;</li> <li>– egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;</li> <li>– ismeri a gömb tulajdonságait;</li> <li>– a kocka, a téglatest, a hasáb, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.</li> </ul>		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk, szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás, hasáb, gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>V. Statisztika, valószínűség</b>	<b>Órakeret 12 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása. Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Gazdasági nevelés.	
<b>1. Leíró statisztika</b>		<b>6 óra</b>
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja,	Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése	<i>Testnevelés:</i> teljesítmények adatainak, mérkőzések eredményeinek táblázatba rendezése.

<p>és az ábrát elkészíti;</p> <p>Adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;</p> <p>Különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;</p> <p>Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;</p> <p>Konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.</p>	<p>Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon</p> <p>Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak</p> <p>Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint</p> <p>Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása</p> <p>Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása</p> <p>Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása</p> <p>Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása</p>	
<p><b>2. Valószínűség számítás</b></p>		<p><b>6 óra</b></p>
<p>Valószínűségi kísérletek.</p> <p>Valószínűség előzetes becslése, szemléletes fogalma.</p> <p>Valószínűségi kísérletek, eredmények lejegyzése.</p> <p>Gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma.</p> <p>Matematikatörténet: érdekességek a valószínűség-számítás fejlődéséről.</p>	<p>Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is</p> <p>Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése</p> <p>Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál</p> <p>A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során</p>	
<p>– <b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;</li> <li>– adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;</li> <li>– különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;</li> <li>– megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;</li> <li>– konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.</li> </ul>		

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

<b>Kulcsfogalma k/ fogalmak</b>	oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram, esély, gyakoriság, relatív gyakoriság
-------------------------------------	---

### A továbbhaladás feltételei a 8. osztály végén

#### *Gondolkodási és megismerési módszerek*

- Elemek halmazba rendezése több szempont alapján.
- Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása.
- Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben.
- Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával.
- Fagráfok használata feladatmegoldások során.

#### *Számтан, algebra*

- Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése., helyes és értelmes kerekítése.
- Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.
- A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során.
- A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül.
- Prímszám, összetett szám. Prímtényezős felbontás.
- Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval.
- Négyzetre emelés, négyzetgyökvonás, hatványozás pozitív egész kitevők esetén.
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen.
- A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.
- Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére.

#### *Összefüggések, függvények, sorozatok*

- Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint.
- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is.
- Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző típusú grafikonon.

#### *Geometria*

- A tanuló a geometriai ismeretek segítségével jó ábrák készítése, pontos szerkesztések végzése.
- A tanult geometriai alakzatok tulajdonságainak ismerete (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetes négyszögek szimmetriatulajdonságai), ezek alkalmazása a feladatok

megoldásában.

- Tengelyes és középpontos tükörkép, eltolt alakzat képeinek szerkesztése. Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben (szerkesztés nélkül).
- A Pitagorasz-tételt kimondása és alkalmazása számítási feladatokban.
- Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban.
- A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében a mindennapjainkban előforduló testek térfogatának, űrtartalmának kiszámítása.

*Valószínűség, statisztika*

- Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása.
- Konkrét feladatokban az esély, illetve valószínűség fogalmának értése, a biztos és a lehetetlen esemény felismerése.
- Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban.
- Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezése.

## KILENCEDIK-TIZENKETTEDIK ÉVFOLYAM

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére. A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a

matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

### **A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az 5. osztály bevezetésében leírtak szerint fejleszti.**

#### **A matematikai, gondolkodási kompetenciák (kiegészítés):**

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmet munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. MÉRLEGELI ÉS KONTROLLÁLJA mind a társai, mind a saját véleményét.

Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel



maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaeorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak a tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

## KILENCEDIK ÉVFOLYAM

A 9. évfolyamon fontos cél az alapképességek továbbfejlesztése. El kell érni, hogy a szemléletes fogalmak többsége definiálásra kerüljön, azok tartalma tudatosuljon. A tételek kimondásakor a szükséges és elégséges feltételek megkülönböztetése történjen meg.

Másik fontos cél a kommunikációs készség továbbfejlesztése írásban és szóban egyaránt. A fejlesztésnek ki kell térnie arra, hogy a tanuló mások szóban vagy írásban közvetített gondolatait megértse, saját gondolatait megfelelően közvetítse. Mindezeket egyszerre fejleszthetjük és értékelhetjük a tankönyvi/feladatgyűjteményi szövegek értésével, az órai vitákban való érveléskészség, vitakészség fejlesztésével, a feladatmegoldások során a szóbeli válaszok, magyarázatok igénylésével. A matematikaórákon, a feladatmegoldásokban megfelelő pontossággal használtassuk az anyanyelvet, illetve a szaknyelvet, s fokozatosan bővítsük a jelölésrendszert.

Fontos, hogy a tanulók érezzék szükségét, hogy a feladatmegoldások helyességét ellenőrizzék, illetve amelyik feladatban az lehetséges, a várható eredményt előre megbecsüljék. A gyakorlati számításoknál is elkerülhetetlen kerekítés alkalmazásával el kell érniük, hogy a tanulók reális eredményeket fogadjanak el. Folyamatosan fejleszteniük kell a verbális kommunikáció mellett az igényes grafikus kommunikáció kialakítását is, megértetve a tanulókkal, hogy a jó gondolatok, megoldások semmit sem érnek, ha azt nem tudják valamilyen módon helyesen kinyilvánítani.

A matematika elemi fogalmait, összefüggéseit más tantárgyakban és a mindennapi életben is alkalmazzuk, éppen ezért nagy hangsúlyt kell fektetni az egyszerű, közérthető, frappáns alkalmazások megválasztására, mert ezzel a matematika hasznosságát mutatjuk meg.

Kiemelt fontosságú, hogy a már biztos számfogalomra építve eljussunk a valós szám fogalmához, beleértve a racionális és az irracionális számok fogalmának megértését. A számítások elvégzéséhez használtassuk a számológépet, tudatosítsuk az eszköz előnyeit és korlátait. A műveletek sorát bővíteni kell.

Folyamatosan nagy hangsúlyt kell fektetnünk a szövegértő képesség fejlesztésére, az algoritmikus gondolkodás erősítésére a szöveg alapján matematikai modellek készítésére. A kombinatorikus feladatok, a geometriai transzformációk, a megismert síkidomok tulajdonságaiban való tájékozódás, a valós számok halmazának megértése fejleszti a rendszerező képességet.

A geometria eszközeinek felhasználásával fejleszteniük kell a tanulók síkban való tájékozódását, a 9. évfolyamon erre leginkább a geometriai transzformációk értése és alkalmazása ad lehetőséget.

Fontos feladat a tervezés, a konstrukciós, analízáló képesség, valamint a diszkussziós igény kialakítása.

A függvényszemlélet fejlesztése a hozzárendelések szabályként való értelmezésével, valamint a függvénykapcsolatokhoz a megfelelő modell megkeresésével lehetséges. A transzformációk mint függvények értelmezése, a matematika különböző területei közötti kapcsolatok keresésére ad alkalmat.

Nagyon fontos cél a 9. évfolyamon is a sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, a bizonyítási igény kialakítása, egyes tételek konkrét bizonyítása is.

A matematika iránti érdeklődés erősíthető az elemi számelmélet alapvető problémáival és a matematikatörténeti vonatkozásaival.

## KILENCEDIK ÉVFOLYAM ANGOL NYELVI/ TESTNEVELÉS TAGOZAT

Ez a matematika tanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 9. osztályban angol nyelvi vagy sport tagozatú képzésre jelentkeztek intézményünkbe. Ezek tanulók többnyire humán beállítottságúak, számukra a matematika kevésbé elvont, mindennapokban alkalmazható területeit kell erősítenünk. Nagyobb hangsúlyt fektetve a gyakorlatra, a tételek bizonyításainál megelégedve a szemléletes megértéssel.

Tematikai egység címe	óraszám angol nyelvi/testnevelés tagozat heti 3 óra
1. Gondolkodási és megismerési módszerek – (Halmazok, Matematikai logika, Kombinatorika, gráfok, – Számhalmazok, műveletek)	20+1 óra (8+3+3+6)+1
2. Számтан, algebra – (Hatvány, gyök, Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során, Arányosság, százalékszámítás, Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek)	35+1 óra (7+4+8+16+0)+1
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	10+2 óra
4. Geometria – (Geometriai alapismeretek, Háromszögek, Négyszögek, sokszögek, A kör és részei, Transzformációk, szerkesztések)	31+2 óra (6+8+3+5+9)
5. Valószínűség, statisztika – (Leíró statisztika, Valószínűség-számítás)	6 óra (4+2)
Az összes óraszám:	108 óra (102+6)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 20+1 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	

Halmazok megadása, értelmezése Halmazok számossága	Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése Szemléletes kép véges és végtelen halmazokról
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. „csakis akkor” (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.
A matematikai bizonyítás.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás

Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).	megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámolás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban. Logikai szita.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek,  Halmaz elemszáma, logikai szita Tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy...”, „vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor” Gráf, gráf csúcsa, gráf éle

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 35+1 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények
<p>Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímelek.</p>	<p>A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.</p>
<p>Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.</p>	<p>Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.</p>
<p>A hatványozás azonosságai.</p>	<p>Korábbi ismeretekre való emlékezés.</p>
<p>Számok abszolút értéke.</p>	<p>Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).</p>
<p>Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer.</p>	<p>A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.</p>
<p>Számok normálalakja.</p>	<p>Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás</p>
<p>Nevezetes azonosságok Számolási szabályok, zárójelek használata.</p>	<p>Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.</p>
<p><math>(a \pm b)^2</math>, <math>(a \pm b)^3</math> polinom alakja, <math>a^2 - b^2</math> szorzat alakja. Azonosság fogalma.</p>	<p>Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.</p>
<p>Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.</p>	<p>Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).</p>
<p>Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (lebontogatás, mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata, grafikus módszer). Egyszerű egyenletek paraméterrel.</p>	<p>Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek tudatos kiválasztása és alkalmazása.</p>
<p>Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.</p>	<p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.</p>
<p>Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a</p>	<p>Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás,</p>

mindennapokból.	bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $ x + c  = ax + b$ .	Definíciókra való emlékezés.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Hatvány. Normálalak. Összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom Egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú egyenlet. Elsőfokú egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 10+2 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosságot leíró függvény. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto  ax + b $ függvény grafikonja, tulajdonságai ( $a \neq 0$ ).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ( $ax \neq 0$ ) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata.	

	Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ ) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Meredekség. Grafikus megoldás.

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 31+2 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. Az egybevágósági transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör.	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő,	Fogalmak pontos ismerete.	

érintő.	
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként vizsgálata.
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként vizsgálata.
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.
Thalész tétele, és alkalmazásai. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban, részvétel szimmetrián alapuló játékokban.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Tér, sík, egyenes, pont. Szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör Trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege.

Tematikai egység/	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret
-------------------	------------------------------	----------



<b>Fejlesztési cél</b>		<b>6 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Diagram, vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiaagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként való megjelölésének jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	
Adatsokaságok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Adat, táblázat. Módusz, medián, átlag., terjedelem, szórás. Oszlopdiaagram, kördiagram Gyakoriság, relatív gyakoriság.	

<b>A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén</b>	<b>Gondolkodási és megismerési módszerek</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben</li> <li>– Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával</li> <li>– Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése</li> <li>– Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése</li> <li>– Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével</li> <li>– Szemléletes kép végtelen halmazokról</li> <li>– A matematikai bizonyítás fogalma</li> <li>– Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)</li> <li>– Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban</li> <li>– A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban</li> <li>– „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása</li> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</li> <li>– megold egyszerű sorba rendezési feladatokat;</li> <li>– konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;</li> <li>– véges halmazok elemszámát meghatározza;</li> <li>– alkalmazza a logikai szita elvét.</li> </ul> <p><b>Számтан, algebra</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre</li> <li>– Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre</li> <li>– A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése</li> </ul>

- A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
  - Számok normálalakja
  - Számolás normálalak segítségével
  - Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
  - Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
  - Az  $(a + b)^2$ , az  $(a - b)^2$  és az  $(a + b)(a - b)$  kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
  - Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
  - Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
  - Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
  - A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
  - A kiválasztott modellben a probléma megoldása
  - A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
  - Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
  - Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel és grafikusán
  - Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusán
  - Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)
  - A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.
- Összefüggések, függvények, sorozatok**
- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
  - A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
  - Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
  - Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
  - Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
  - A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta- rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.
- Geometria**
- Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
  - Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
  - A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
  - Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület).
  - Szimmetria ismerete, használata.
  - Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
  - Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése

	<p>Pitagorasz-tétellel.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.</li> <li>– Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.</li> <li>– Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.</li> <li>– A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.</li> <li>– A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.</li> <li>– Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával</li> <li>– Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével</li> <li>– Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása</li> <li>– Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak</li> <li>– A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása</li> <li>– A Thalész-tétel bizonyítása</li> <li>– A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.</li> </ul> <p><b>Valószínűség, statisztika</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése</li> <li>– Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból</li> <li>– Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel</li> <li>– A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések</li> <li>– Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel</li> <li>– Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása</li> <li>– Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont</li> <li>– Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén</li> <li>– Gyakoriság, relatív gyakoriság meghatározása</li> </ul>
--	--

### **Továbbhaladás feltételei:**

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolútértékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alpművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű elsőfokú egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Ismeri a 2-vel, 3-mal, 5-el és a 9-cel való oszthatóság feltételét.
- Képes számok prímtényezőkre való bontására.

- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolútérték,  $\frac{a}{x}$ ) tulajdonságaiban.
- Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.
- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait
- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Ki tudja számolni valós számok négyzetgyökét
- Alapszinten alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri a diszkrimináns és a gyöktényező alak fogalmát
- Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Biztonsággal megold százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez köthető feladatokat
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.

## KILENCEDIK ÉVFOLYAM MATEMATIKA TAGOZAT

Ez a matematika tanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 9. osztályban már a matematika felé orientálódnak, matematikából emelt szintű képzésre jelentkeztek. Azoknak is, akik majd később, fakultáción akarnak felkészülni matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükben hatni fog, hogy itt milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Ezeket a tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

Tematikai egység címe	óraszám matematika tagozat heti 5 óra
1. Gondolkodási és megismerési módszerek – (Halmazok, Matematikai logika, Kombinatorika, gráfok, – Számhalmazok, műveletek)	20+10=30 óra (8+3+3+6)+10
2. Számtan, algebra – (Hatvány, gyök, Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során, Arányosság, százalékszámítás, Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek)	35+22=57 óra (7+4+8+16+0)+22
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	10+15=25 óra
4. Geometria – (Geometriai alapismeretek, Háromszögek, Négyszögek, sokszögek, A kör és részei, Transzformációk, szerkesztések)	31+20=51 óra (6+8+3+5+9)+20
5. Valószínűség, statisztika – (Leíró statisztika, Valószínűség-számítás)	6+11=17 óra (4+2)+11
Az összes óraszám:	180 óra (102+78)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 20+10 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Halmazok megadása, értelmezése Halmazok számossága	Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése Szemléletes kép véges és végtelen halmazokról	
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet: Cantor.</i>	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása.	

megjelenítése.	Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.
Diszjunkt halmazok, Descartes szorzat	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).
Halmazműveletek ponthalmazokkal, intervallumokkal	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. „csakis akkor” (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nytított mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközzellegű használata.
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.

Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapi helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban. Logikai szita.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden eset meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek, Halmaz elemszáma, logikai szita Számhalmazok Tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy...”, „vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor” Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Gráf, gráf csúcsa, gráf éle

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 35+22 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímelek.	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös alkalmazása szöveges feladatokban.	

<p><i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Mersenne, Euler, Fermat)</p>	<p>Egyszerű és összetett oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.</p>
<p>Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.</p>	<p>Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.</p>
<p>A hatványozás azonosságai. Hatványozás azonosságainak bizonyítása</p>	<p>Korábbi ismeretekre való emlékezés.</p>
<p>Számok abszolút értéke.</p>	<p>Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).</p>
<p>Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. Összeadás, kivonás, szorzás más alapú számrendszerekben <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.</p>	<p>A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.</p>
<p>Számok normálalakja.</p>	<p>Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakokkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás</p>
<p>Nevezetes azonosságok kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.</p>	<p>Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.</p>
<p><math>(a \pm b)^2</math>, <math>(a \pm b)^3</math> polinom alakja, <math>a^2 - b^2</math> szorzat alakja. Azonosság fogalma. <math>(a + b + c)^2</math>, <math>a^3 \pm b^3</math></p>	<p>Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.</p>
<p>Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.</p>	<p>Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).</p>
<p>Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (lebontogatás, mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és értékészlet vizsgálata, grafikus módszer). Egyszerű egyenletek paraméterrel.</p>	<p>Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek tudatos kiválasztása és alkalmazása. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára</p>
<p>Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Behelyettesítő módszer,</li> </ul>	<p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.</p>



<ul style="list-style-type: none"> <li>Egyenlő együtthatók módszere</li> <li>Alkalmas új ismeretlen bevezetésének módszere</li> </ul>	
Elsőfokú, háromismeretlenes egyenletrendszerek megoldása	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek tudatos kiválasztása és alkalmazása
Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $ x+c =ax+b$ . Két abszolút értékű kifejezést tartalmazó egyenletek	Definíciókra való emlékezés.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Hatvány. Normálalak. Összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom Egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százalékkérték, százalékláb Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú egyenlet. Elsőfokú egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Abszolút érték

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 10+15 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosságot leíró függvény. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	
Az abszolútérték-függvény. Az	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	

$x \mapsto  ax + b $ függvény grafikonja, tulajdonságai ( $a \neq 0$ ).	
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ( $ax \neq 0$ ) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).
Egészrész-tötrész függvény	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).
Az előjelfüggvény $f(x) = \text{sgn } x$	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).
Összetett függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.
Összetett, valódi helyzetekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.
Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ ) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x - u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Meredekség. Grafikus megoldás.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 31+20 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. Az egybevágósági transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. Nevezetes vonalakra vonatkozó tételek bizonyításai <i>Matematikatörténet:</i> Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal, bizonyítás nélkül).	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő. Érintők szerkesztése.	Fogalmak pontos ismerete.	
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	
Thalész tétele, és alkalmazásai. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	

A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban, részvétel szimmetrián alapuló játékokban.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.
Vektorok lineáris kombinációja	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása. Ugyanaz a probléma több oldalról való megközelítése (szerkesztéssel és algebrai úton)
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Tér, sík, egyenes, pont. Szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör Trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege.

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret 6 +11 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram). Sávdiagram	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	
Adatsokaságok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás, átlagtól való négyzetes eltérés.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Adat, táblázat. Módusz, medián, átlag., terjedelem, szórás. Oszlopdiagram, kördiagram Gyakoriság, relatív gyakoriság.	

<p><b>A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén</b></p>	<p><b>Gondolkodási és megismerési módszerek</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben</li> <li>– Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával</li> <li>– Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése</li> <li>– Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése</li> <li>– Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével</li> <li>– Szemléletes kép végtelen halmazokról</li> <li>– A matematikai bizonyítás fogalma</li> <li>– Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)</li> <li>– Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban</li> <li>– A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban</li> <li>– „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása</li> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</li> <li>– megold egyszerű sorba rendezési feladatokat;</li> <li>– konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;</li> <li>– véges halmazok elemszámát meghatározza;</li> <li>– alkalmazza a logikai szita elvét.</li> </ul> <p><b>Számtan, algebra</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre</li> <li>– Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre</li> <li>– A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése</li> <li>– A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén</li> <li>– Számok normálalakja</li> <li>– Számolás normálalak segítségével</li> <li>– Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa</li> <li>– Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során</li> <li>– Az <math>(a + b)^2</math>, az <math>(a - b)^2</math> és az <math>(a + b)(a - b)</math> kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)</li> <li>– Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával</li> <li>– Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése</li> <li>– Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése</li> <li>– A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása</li> <li>– A kiválasztott modellben a probléma megoldása</li> <li>– A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve</li> </ul>
--	---

<ul style="list-style-type: none"> <li>– Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete</li> <li>– Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvével és grafikusán</li> <li>– Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusán</li> <li>– Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)</li> <li>– A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.</li> </ul> <p><b>Összefüggések, függvények, sorozatok</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.</li> <li>– A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).</li> <li>– Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.</li> <li>– Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.</li> <li>– Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.</li> <li>– A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta- rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.</li> </ul> <p><b>Geometria</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.</li> <li>– Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.</li> <li>– A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.</li> <li>– Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület).</li> <li>– Szimmetria ismerete, használata.</li> <li>– Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).</li> <li>– Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.</li> <li>– Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.</li> <li>– Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.</li> <li>– Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.</li> <li>– A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.</li> <li>– A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.</li> <li>– Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával</li> <li>– Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével</li> <li>– Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása</li> </ul>
---

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak</li> <li>– A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása</li> <li>– A Thalész-tétel bizonyítása</li> <li>– A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.</li> </ul> <p><b>Valószínűség, statisztika</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése</li> <li>– Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból</li> <li>– Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel</li> <li>– A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések</li> <li>– Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel</li> <li>– Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása</li> <li>– Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont</li> <li>– Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén</li> <li>– Gyakoriság, relatív gyakoriság meghatározása</li> </ul>
--	---

#### Továbbhaladás feltételei:

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolútértékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alpművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű elsőfokú egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Ismeri a 2-vel, 3-mal, 5-el és a 9-cel való oszthatóság feltételét.
- Képes számok prímtényezőkre való bontására.
- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolútérték,  $\frac{a}{x}$ ) tulajdonságaiban.
- Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.
- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait

## TIZEDIK ÉVFOLYAM

A 10. évfolyamon is fontos cél, hogy a különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejlessze a tanulók matematizáló tevékenységét. Törekedni kell arra, hogy a tanulók egyre inkább képesek legyenek a köznapi gondolkodás és a matematikai gondolkodás megkülönböztetésére.

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A 10. évfolyamon is szükség van a bizonyítási igény további fejlesztésére és az algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztésére.

A különböző feladatok megoldásában törekedni kell arra, hogy a megoldások keresése önállóan történjék, lehetőség legyen a tanulói felfedezésekre, önálló eljárások keresésére, továbbá minél gyakrabban kerüljenek a tanulók olyan feladat elé, ahol a matematika eszközként való felhasználása segíti a gyakorlati és természettudományos problémák megoldását. Szükség van eközben a valós helyzetek értelmezésére, megértésére és értékelésére.

Ezen az évfolyamon fokozottan figyelni kell arra, hogy alakítsuk ki a diszkussziós igényt az algebrai feladatoknál is.

Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása a problémamegoldásban lehetőséget nyújt a matematika különböző területeinek az összekapcsolására.

Ez a matematika tanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 10. osztályban Közoktatási típusú sportiskolai tagozatú képzésre illetve Angol tagozatra jelentkeztek intézményünkbe. Az angol tagozatú tagozatos tanulók hetente legalább 10-14 órát töltenek intenzív edzőmunkával. Számukra a közismereti tárgyak nagy hatékonyságú gyakorlati foglalkozások során a legeredményesebbek. Nagyobb hangsúlyt fektetve a gyakorlatra, a tételek bizonyításainál megelégedve a szemléletes megértéssel. Esetükben még fontosabb a rugalmasság a számonkérések időzítésében. Fegyelmezett időbeosztással, nagy tanári empátiával és segítőkészséggel a nehézségek áthidalhatóak. Az angol tagozatos tanulók is inkább a hétköznapi élethez közeli, kevésbé elvont színes megközelítést kedvelik.

## TIZEDIK ÉVFOLYAM ANGOL NYELVI/ TESTNEVELÉS TAGOZAT

Tematikai egység címe	óraszám angol nyelvi/testnevelés tagozat heti 3 óra
1. Gondolkodási és megismerési módszerek (Halmazok, Matematikai logika, Kombinatorika, gráfok, Számhalmazok, műveletek)	20+2 óra (2+7+9+2)+2
2. Számtan, algebra (Hatvány, gyök, Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során, Arányosság, százalékszámítás, Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek)	31+2 óra (7+6+4+2+12)+2
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	6 óra
4. Geometria (Geometriai alapismeretek, Háromszögek, Négyszögek, sokszögek, A kör és részei, Transzformációk, szerkesztések)	33+1 óra (2+8+7+5+11)
5. Valószínűség, statisztika <b>(Leíró statisztika, Valószínűség-számítás)</b>	12+1 óra (6+6)+1
Az összes óraszám:	108 óra (102+6)

A kerettanterv ajánlásához képest megjelenő többlet óraszámok az egyes tematikai egységek esetén



az ismétlés-számonkérés megvalósítására kerültek a helyi tantervbe.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 20+2 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. A matematikai tételek, állítások szerkezete. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	
Állítás, tétel és megfordítása. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében.	
Bizonyítási módszerek, Bizonyítási	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint.. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, kiválasztás gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	

<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Faktoriális. Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Feltétel és következmény. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy...”, vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor” racionális szám, irracionális szám, valós szám,
-------------------------------	---

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 31+2 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése. Számológép használata.	
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	
Gyöktényező alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx+d$ .	Megoldások ellenőrzése.	
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy $> 0$ ) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ( $a \neq 0$ ).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	

Hamis gyök, gyökvesztés..	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. ekvivalens átalakítás Gyöktényező alak Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számítási közép, mértani közép. Szélsőérték

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	<b>Órakeret 6 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Függvények alkalmazása másodfokú és gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldására; másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok	Függvénytulajdonságok tudatos alkalmazása Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Másodfokú függvény, négyzetgyök függvény Függvényábrázolás teljes négyzetté alakítással Szélsőérték Grafikus megoldás.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 33+1 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. A valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	

Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.
Vektorok a koordináta-rendszerben. Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, Középponti szög, kerületi szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok Középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya Vektor, vektorművelet, vektorkoordináták.

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret 12+1 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Valószínűségi kísérletek, az adatok rendszerezése, a valószínűség becslése.	A rendelkezésre álló adatok alapján jóslás a bekövetkezés esélyére.	
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállításuk elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	
A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	
A valószínűség klasszikus modelljének előkészítése egyszerű példákon keresztül.	A modell és a valóság kapcsolata.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Véletlen (valószínűségi) kísérlet. Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás	

<b>A fejlesztés várt eredményei a 10. évfolyam végén</b>	<b>Gondolkodási és megismerési módszerek</b> – Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban – A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
--	---

- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése;
- A matematikai bizonyítás fogalma, a bizonyítás gondolatmenetének követése
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása
- Egyszerű összeszámlálási, kiválasztási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

### **Számтан, algebra**

- A négyzetgyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
- A négyzetgyökvonás azonosságai
- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása
- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása, megoldása, értelmezése
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusan
- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- $\sqrt{x+c} = ax+b$  típusú egyenletek megoldása
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

### **Összefüggések, függvények, sorozatok**

- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan

### **Geometria**

- A körrel kapcsolatos ismeretek bővülésének hatása elméleti és gyakorlati számításokban.
- A hasonlósági transzformáció és tulajdonságainak ismerete.
- Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai

	<p>szemlélete, diszkussziós képessége.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.</li> <li>– A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.</li> </ul> <p><b>Valószínűség, statisztika</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.</li> <li>– Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.</li> <li>– Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.</li> <li>– Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.</li> <li>– A valószínűségszámítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábráról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét a klasszikus modell alapján.</li> </ul>
--	--

### Továbbhaladás feltételei

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Ki tudja számolni valós számok négyzetgyökét
- Alapszinten alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri a diszkrimináns és a gyöktényező alak fogalmát
- Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Biztonsággal megold százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez köthető feladatokat
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.

## TIZEDIK ÉVFOLYAM MATEMATIKA TAGOZAT

Ez a matematika tanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 10. osztályban Matematika tagozatú képzésre iratkoztak be intézményünkbe.

A helyi tantervben meghatározott heti 5 óra lehetőséget ad elmélyültebb ismeretszerzésre, a tételek bizonyításainak megértésére, önálló problémamegoldás fejlesztésére.

Tematikai egység címe	órakeret
Gondolkodási és megismerési módszerek (Halmazok, Matematikai logika, Kombinatorika, gráfok, Számhalmazok, műveletek)	20+10=30 óra (2+7+9+2)+8
Számтан, algebra (Hatvány, gyök, Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során, Arányosság, százalékszámítás, Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek)	31+20=51 óra (7+6+4+2+12)+20
Összefüggések, függvények, sorozatok	6+14=20 óra
Geometria (Geometriai alapismeretek, Háromszögek, Négyszögek, sokszögek, A kör és részei, Transzformációk, szerkesztések)	33+16=49 óra (2+8+7+5+11)+16
Valószínűség, statisztika (Leíró statisztika, Valószínűség-számítás)	12+18=30 óra (6+6)+18
Az összes óraszám:	180 óra (102+78)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 20+10 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. A matematikai tételek, állítások szerkezete. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	
Állítás, tétel és megfordítása. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében.	
Bizonyítás. Bizonyítási módszerek: indirekt módszer, skatulya-elv konkrét példákon keresztül. Direkt módszer	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint.. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem	

Implikáció, Ekvivalencia	tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámolás, sorbarendezés, kiválasztás gyakorlati problémák. Permutáció, Kombináció, Variáció Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám). Egyszerű hálózat szemléltetése. Gráfok foksámára vonatkozó tételek	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Faktoriális. Gráf csúcsa, éle, csúcs foksáma. Feltétel és következmény. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor” racionális szám, irracionális szám, valós szám, Faktoriális

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 31+20 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése. Számológép	



Négyzetgyökvonás azonosságainak bizonyítása	használata.
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet. Megoldóképlet levezetése	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.
A diszkrimináns	Algebrai ismeretek alkalmazása. Egyszerű paraméteres feladatok megoldása
Gyökök és együtthatók összefüggései. Viéte formulák	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése. Egyszerű paraméteres feladatok megoldása
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. Új ismeretlen bevezetése	Algebrai ismeretek alkalmazása Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx + d$ . Két négyzetgyököt tartalmazó egyenletek Egyenletmegoldás értelmezési tartomány vagy értékkészlet vizsgálattal.	Megoldások ellenőrzése.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy $> 0$ ) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ( $a \neq 0$ ).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.. Egyszerű paraméteres másodfokú egyenletek	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Bizonyítás Harmonikus – és Négyzetes közép Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. ekvivalens átalakítás Gyöktényezős alak Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép. Szélsőérték

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	<b>Órakeret 6 + 14 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Függvények alkalmazása másodfokú és gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldására; másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok	Függvénytulajdonságok tudatos alkalmazása Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Másodfokú függvény, négyzetgyök függvény Függvényábrázolás teljes négyzetre alakítással Szélsőérték Grafikus megoldás.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 33+16 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. A valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
A körrel kapcsolatos ismeretek bővítése: kerületi és középponti szög fogalma, kerületi szögek tétele; húrnégyszög fogalma, húrnégyszögek tétele. Látószög; látószögekörív mint speciális pontthalmaz (Thalész tételének általánosítása).	Korábbi ismeretek felelevenítése, új ismeretek beillesztése a korábbi ismeretek rendszerébe.	
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	

pozitív szám mértani közepe. Tételek bizonyítása hasonlósággal	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.
Vektorok a koordináta-rendszerben. Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, Középponti szög, kerületi szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok Középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya Vektor, vektorművelet, vektorkoordináták.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 12+18 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Valószínűségi kísérletek, az adatok rendszerezése, a valószínűség becslése.	A rendelkezésre álló adatok alapján jóslás a bekövetkezés esélyére.	
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	
A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	
A valószínűség klasszikus modelljének előkészítése egyszerű példákon keresztül.	A modell és a valóság kapcsolata.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Véletlen (valószínűségi) kísérlet. Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás	

<b>A fejlesztés várt eredményei a</b>	<b>Gondolkodási és megismerési módszerek</b> – Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult
---------------------------------------	--

<p><b>10. évfolyam végén</b></p>	<p>szakkifejezéseket a hétköznapi életben.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban</li> <li>– A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben</li> <li>– „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása</li> <li>– Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése;</li> <li>– A matematikai bizonyítás fogalma, a bizonyítás gondolatmenetének követése</li> <li>– Adott állítás megfordításának megfogalmazása</li> <li>– Egyszerű összeszámlálási, kiválasztási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.</li> <li>– Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.</li> </ul> <p><b>Számтан, algebra</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A négyzetgyök definíciója</li> <li>– Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével</li> <li>– A négyzetgyökvonás azonosságai</li> <li>– Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel</li> <li>– Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával</li> <li>– Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása</li> <li>– Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése</li> <li>– Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése</li> <li>– A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása, megoldása, értelmezése</li> <li>– Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal</li> <li>– Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusan</li> <li>– Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása</li> <li>– Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása</li> <li>– <math>\sqrt{x+c} = ax+b</math> típusú egyenletek megoldása</li> <li>– Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.</li> <li>– Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.</li> <li>– A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.</li> </ul> <p><b>Összefüggések, függvények, sorozatok</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).</li> <li>– Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása</li> <li>– Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.</li> <li>– Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan</li> </ul> <p><b>Geometria</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A körrel kapcsolatos ismeretek bővülésének hatása elméleti és gyakorlati</li> </ul>
----------------------------------	--

	<p>számításokban.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A hasonlósági transzformáció és tulajdonságainak ismerete.</li> <li>– Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).</li> <li>– Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.</li> <li>– Vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.</li> <li>– A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulóknak dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.</li> <li>– A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.</li> <li>– A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.</li> </ul> <p><b>Valószínűség, statisztika</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.</li> <li>– Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.</li> <li>– Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.</li> <li>– Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.</li> <li>– A valószínűségszámítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábráról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét a klasszikus modell alapján.</li> </ul>
--	---

### Továbbhaladás feltételei

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezi és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Ki tudja számolni valós számok négyzetgyökét
- Alapszinten alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri a diszkrimináns és a gyöktényező alak fogalmát
- Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Biztonsággal megold százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez köthető feladatokat
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.

## TIZENEGYEDIK ÉVFOLYAM

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevegyék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordinátageometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotásra (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

## TIZENEGYEDIK ÉVFOLYAM ANGOL NYELVI /TESTNEVELÉS TAGOZAT

Tematikai egység címe	óraszám angol nyelvi/testnevelés tagozat heti 3 óra
Gondolkodási és megismerési módszerek <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kombinatorika, gráfok</li> </ul>	10 óra
Számтан, algebra <ul style="list-style-type: none"> <li>• Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése</li> <li>• Hatvány, gyök, logaritmus</li> </ul>	26+2 óra (14+12)+0+2
Összefüggések, függvények, sorozatok <ul style="list-style-type: none"> <li>• Exponenciális függvények, exponenciális folyamatok vizsgálata</li> </ul>	6 óra
Geometria <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trigonometria</li> <li>• Koordinátageometria</li> </ul>	28+8óra (14+14)+4+4
Valószínűség, statisztika <ul style="list-style-type: none"> <li>• Leíró statisztika</li> <li>• Valószínűség-számítás</li> </ul>	28 óra (12+16)
Az összes óraszám:	108 óra (98+10)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret óra	10
--------------------------------------	--	-----------------	----

<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése. Kommunikáció, együttműködés. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 26+2 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímelek.	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása.	

	Érvelés.
Összetett oszthatósági szabályok	A szabályok alkalmazása oszthatósági feladatokban, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása
Számhalmazok	számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig gtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete számhalmazok műveleti zártsága
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.
n-edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).
A logaritmus értelmezése.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	<b>Órakeret 6 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Az exponenciális függvény	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján.	
Exponenciális folyamatok vizsgálata	Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára. Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Értelmezési tartomány, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális	



	folyamat.
--	-----------

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 28+8 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek kiszámítása a szögfüggvények segítségével. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.	eri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;	
szögfüggvényfogalom kiterjesztése a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;	ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását	
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában. A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	
Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	
Egyszerű trigonometrikus számításokra vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	
Területszámítási feladatok megoldása (Háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek)		
Vektorismereti alapfogalmak	vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása	
Vektorműveletek	vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása	
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	

normálvektor, az iránytangens.	
Íránytangens és az egyenes meredeksége.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).
A koordinátagéometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Szinusztétel, koszinusztétel vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret 28 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése. .	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Események, eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre; elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	
A valószínűség klasszikus modellje.	A modell és a valóság kapcsolata.	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	
Geometriai valószínűség	A modell és a valóság kapcsolata.	
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén,	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Esemény, valószínűség, binomiális együttható, eloszlás mintavétel	

<b>A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén</b>	<b><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></b> – matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; – a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; – a kiválasztott modellben megoldja a problémát. – megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
--	---

<ul style="list-style-type: none"> <li>– konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.</li> <li>– Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása</li> <li>– A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása</li> <li>– Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül</li> <li>– A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában</li> </ul> <p><b>Számtan, algebra</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;</li> <li>– összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;</li> <li>– meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;</li> <li>– ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;</li> <li>– érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;</li> <li>– ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;</li> <li>– ismer példákat irracionális számokra.</li> <li>– Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból</li> <li>– Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása</li> <li>– Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)</li> <li>– Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben</li> <li>– Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata</li> <li>– A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig</li> <li>– Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete</li> <li>– Példák irracionális számokra</li> <li>– Számhalmazok műveleti zártsága</li> <li>– ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.</li> <li>– ismeri és alkalmazza az <math>n</math>-edik gyök fogalmát;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;</li> <li>– képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;</li> <li>– adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.</li> <li>– Az <math>n</math>-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása</li> <li>– Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén</li> <li>– Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén</li> <li>– A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén</li> <li>– Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai</li> <li>– A logaritmus értelmezése</li> <li>– Áttérés más alapú logaritmusra</li> <li>– Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához</li> </ul> <p><b>Összefüggések, függvények, sorozatok</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.</li> <li>– adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;</li> </ul>
---

- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkeszlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.
- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

### ***Geometria***

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.
- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.
- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszai összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;</li> <li>– megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;</li> <li>– koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;</li> <li>– koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;</li> <li>– ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;</li> <li>– egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;</li> <li>– kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;</li> <li>– megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;</li> <li>– felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.</li> <li>– A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása</li> <li>– A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása</li> <li>– Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában</li> <li>– Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben</li> <li>– Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben</li> <li>– Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján</li> <li>– Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái</li> <li>– Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján</li> <li>– Egyenes egyenlete <math>y = mx + b</math> vagy <math>x = c</math> alakban</li> <li>– Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján</li> <li>– Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái</li> <li>– A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében</li> </ul> <p><b>Valószínűség, statisztika</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;</li> <li>– hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;</li> <li>– felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.</li> <li>– A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete</li> <li>– Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése</li> <li>– Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal</li> <li>– Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása</li> <li>– A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések</li> <li>– Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal</li> <li>– Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése</li> </ul>
--	---

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;</li> <li>– ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;</li> <li>– meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.</li> <li>– Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre</li> <li>– Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására</li> <li>– Példák ismerete független és nem független eseményekre</li> <li>– A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása</li> <li>– A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása</li> <li>– Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén</li> <li>– A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban</li> <li>– Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)</li> </ul>
--	---

#### **Továbbhaladás feltételei :**

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri az oszthatósági fogalmát, szabályit, azokat egyszerűbb szöveges feladatokban alkalmazza.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Ismeri a hegyesszögek szögfüggvényeit, képes azokat alkalmazni egyszerűbb síkbeli és térbeli problémák megoldására
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes egyszerű valószínűségi feladatok megoldására.

## TIZENEGYEDIK ÉVFOLYAM MATEMATIKA TAGOZAT

Tematikai egység címe	óraszám matematika tagozat heti 5 óra
Gondolkodási és megismerési módszerek <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kombinatorika, gráfok</li> </ul>	10+10 óra
Számтан, algebra <ul style="list-style-type: none"> <li>• Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése</li> <li>• Hatvány, gyök, logaritmus</li> </ul>	26+16 óra (14+12)+4+12
Összefüggések, függvények, sorozatok <ul style="list-style-type: none"> <li>• Exponenciális függvények, exponenciális folyamatok vizsgálata</li> </ul>	6+6 óra
Geometria <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trigonometria</li> <li>• Koordinátageometria</li> </ul>	28+34 óra (14+14)+16+18
Valószínűség, statisztika <ul style="list-style-type: none"> <li>• Leíró statisztika</li> <li>• Valószínűség-számítás</li> </ul>	28+16 óra (12+16)+6+10
Az összes óraszám:	180 óra (98+82)

A kerettantervhez képesti plusz óraszámok a tananyag elmélyítését, az emelt szintű érettségire való felkészítést segítik.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 10+10 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.</p> <p>Kommunikáció, együttműködés. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.</p>	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).	<p>Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése.</p> <p>Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe.</p> <p>Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás.</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. Binomiális eloszlás,	<p>Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell.</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.</p>	

hipergeometrikus eloszlás	
Binomiális együtthatók. Binomiális tétel	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 26+16 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímelek.	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	
Összetett oszthatósági szabályok	A szabályok alkalmazása oszthatósági feladatokban, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása	
Számhalmazok	számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete Számhalmazok műveleti zártsága	
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. Számrendszerek közötti átírás Műveletek különböző számrendszerekben	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	
n-edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	



Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén. Irracionális kitevő	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására. Permanencia elv	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).
A logaritmus értelmezése.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.
A logaritmus azonosságai. Logaritmus azonosságainak bizonyítása	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmikus egyenletek. Összetett log. egyenletek	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 6+6 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Az exponenciális függvény	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján.	
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján.	
Exponenciális és logaritmikus folyamatok vizsgálata	Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára. Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$ , $f(x+c)$ ;	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	

$cf(x)$ ; $f(cx)$ .	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Értelmezési tartomány, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.. Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 28+34 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek kiszámítása a szögfüggvények segítségével. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.	eri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;	
szögfüggvényfogalom kiterjesztése a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;	ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását	
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában. A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	
Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	
Területszámítási feladatok megoldása (Háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek)		
Vektorismereti alapfogalmak	A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása	
Vektorműveletek	vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása	
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	

Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele. Két vektor hajlásszögének meghatározása	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.
A kör egyenlete. Kör egyenletének bizonyítása	Geometria és algebra összekapcsolása.
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.
Iránytangens és az egyenes meredeksége.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. Két kör kölcsönös helyzete	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.
A parabola egyenlete	Geometria és algebra összekapcsolása.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Szinusztétel, koszinusztétel vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete Alakzatok kölcsönös helyzete

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret 28+16 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése. .	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Események, eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára,	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	

komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre; elemi események. Események előállításuk elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	
A valószínűség klasszikus modellje.	A modell és a valóság kapcsolata.
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.
Geometriai valószínűség	A modell és a valóság kapcsolata.
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén, Binomiális és hipergeometrikus eloszlás	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Esemény, valószínűség, binomiális együttható, eloszlás mintavétel, szórás

<p><b>A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén</b></p>	<p><b>Gondolkodási és megismerési módszerek</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</li> <li>– a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;</li> <li>– a kiválasztott modellben megoldja a problémát.</li> <li>– megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;</li> <li>– konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.</li> <li>– Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása</li> <li>– A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása</li> <li>– Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül</li> <li>– A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában</li> </ul> <p><b>Számтан, algebra</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;</li> <li>– összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;</li> <li>– meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;</li> <li>– ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;</li> <li>– érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;</li> <li>– ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;</li> <li>– ismer példákat irracionális számokra.</li> <li>– Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból</li> </ul>
---	---

- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
  - Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
  - Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
  - Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
  - A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
  - Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
  - Példák irracionális számokra
  - Számhalmazok műveleti zártsága
  - ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.
  - ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;
  - ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
  - képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
  - adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.
  - Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
  - Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
  - Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
  - A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
  - Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
  - A logaritmus értelmezése
  - Áttérés más alapú logaritmusra
  - Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
- Összefüggések, függvények, sorozatok***
- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
  - ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.
  - adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
  - a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
  - a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
  - a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
  - egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
  - megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.
  - Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
  - Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
  - Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
  - A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
  - A kiválasztott modellben a probléma megoldása
  - A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

### **Geometria**

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.
- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.
- Hegyesszög szinusz, koszinusz, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusz, koszinusz, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő pontthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.
- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben

- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Egyenes egyenlete  $y = mx + b$  vagy  $x = c$  alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében

### ***Valószínűség, statisztika***

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.
- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése
- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.
- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban

	– Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)
--	---

### **Továbbhaladás feltételei :**

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri az oszthatósági fogalmát, szabályait, azokat egyszerűbb szöveges feladatokban alkalmazza.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Ismeri a hegyesszögek szögfüggvényeit, képes azokat alkalmazni egyszerűbb síkbeli és térbeli problémák megoldására
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes egyszerű valószínűségi feladatok megoldására.



## TIZENKETTEDIK ÉVFOLYAM

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése. a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...”, az „akkor és csak akkor” helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása. A függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűség-számítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.

A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismétlésekor a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

## TIZENKETTEDIK ÉVFOLYAM ANGOL NYELVI/ TESTNEVELÉS TAGOZAT

Tematikai egység címe	órakeret
Gondolkodási és megismerési módszerek <ul style="list-style-type: none"> <li>• Halmazok-matematikai logika</li> </ul>	6 óra
Összefüggések, függvények, sorozatok <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sorozatok</li> <li>• Exponenciális folyamatok vizsgálata</li> </ul>	24+2 óra (18+6)+1+1
Geometria <ul style="list-style-type: none"> <li>• Térgeometria</li> </ul>	20+3 óra
Rendszerező összefoglalás	38+3 óra
Az összes óraszám:	96 óra (88+8)

A kerettanterv ajánlásához képest megjelenő többlet óraszámok az egyes tematikai egységek esetén az ismétlés-számonkérés megvalósítására kerültek a helyi tantervbe.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 6 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A logikai műveletek megfelelő használata a hétköznapi életben és a matematikában.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	

A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha... akkor”, „akkor és csak akkor” .	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	logikai műveletek

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	<b>Órakeret 24+2 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Geometria</b>	<b>Órakeret 20+3 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Síkidoomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	
Tételek távolságának és hajlásszögének kiszámítása	Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	kocka, téglalap, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Rendszerező összefoglalás</b>	<b>Órakeret 38+3 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
<b>Gondolkodási és megismerési módszerek</b>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	

Kombinatorika: leszámítási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.
<b>Számtan, algebra</b>	
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális egyenletek.	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.
<b>Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).
Függvénytranszformációk: $f(x) + c$ , $f(x + c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ . Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.

	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.
<b>Geometria</b>	
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.	
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.
Háromszögre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.
Négyszögre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.	
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer.	
Vektorok alkalmazásai.	
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja.	Geometria és algebra összekapcsolása.
<b>Valószínűség-számítás, statisztika</b>	
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.

<b>A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén</b>	<b>Gondolkodási és megismerési módszerek</b> – látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; – megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
--	--

- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani
- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása

**Összefüggések, függvények, sorozatok:**

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat  $n$ -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első  $n$  tagjának összegét kiszámolja;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.
- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az  $n$ -edik tag, az első  $n$  tag összege
- Mértani sorozat, az  $n$ -edik tag, az első  $n$  tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első  $n$  tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

**Geometria**

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és téreometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket
- Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben</li> <li>– A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban</li> <li>– A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben</li> <li>– A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással</li> <li>– Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása</li> <li>– A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása</li> </ul> <p><b>Összességében:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.</li> <li>– Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.</li> <li>– Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.</li> <li>– Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.</li> <li>– Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.</li> <li>– A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.</li> <li>– A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.</li> <li>– A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.</li> </ul>
--	---

### Továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud egyszerű kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényező felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.

- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolútértékes, exponenciális egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott egyszerű függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket egyszerű feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Egyszerű feladatokban jól alkalmazza a klasszikus valószínűség-számítási modellt.



## TIZENKETTEDIK ÉVFOLYAM MATEMATIKA TAGOZAT

Tematikai egység címe	Órakeret
Gondolkodási és megismerési módszerek <ul style="list-style-type: none"> <li>Halmazok-matematikai logika</li> </ul>	6+4 óra
Összefüggések, függvények, sorozatok <ul style="list-style-type: none"> <li>Sorozatok</li> <li>Exponenciális folyamatok vizsgálata</li> </ul>	24+21 óra (18+6)+15+6
Geometria <ul style="list-style-type: none"> <li>Térgeometria</li> </ul>	20+17 óra
Rendszerező összefoglalás	38+30 óra
Az összes óraszám:	160 óra (88+72)

A kerettantervhez képesti plusz óraszámok a tananyag elmélyítését, az emelt szintű érettségire való felkészítést segítik.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 6+4 óra
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A logikai műveletek megfelelő használata a hétköznapi életben és a matematikában.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha... akkor”, „akkor és csak akkor” .	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok.	Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések – események).	
A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban.		
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	logikai műveletek, igazságtáblázat	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 24+21 óra
<b>A tematikai egység nevelési-</b>	Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata.	

<b>fejlesztési céljai</b>	Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. Rekurzió Fibonacci sorozat	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. Számtani sorozat tulajdonságai	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. Mértani sorozat tulajdonságai	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	számsorozat, számtani és mértani sorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Geometria</b>	<b>Órakeret 20+17 óra</b>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	
Tételek távolságának és hajlásszögének kiszámolása	elemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	kocka, téglalap, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplapp, oldallapp, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálój	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Rendszerező összefoglalás</b>	<b>Órakeret 38+30 óra</b>
<b>A tematikai</b>	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

<b>egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>
<b>Gondolkodási és megismerési módszerek</b>	
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.
Kombinatorika: leszámplálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.
<b>Számтан, algebra</b>	
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális egyenletek.	Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.
<b>Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása

	konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$ , $f(x+c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ . Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre mérőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.
<b>Geometria</b>	
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.	
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.	
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer.	
Vektorok alkalmazásai.	
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja.	Geometria és algebra összekapcsolása.
<b>Valószínűség-számítás, statisztika</b>	
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.

klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.
---	---

<p><b>A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén</b></p>	<p><b><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;</li> <li>– megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;</li> <li>– tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani</li> <li>– A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül</li> <li>– Logikai kifejezések megfelelő használata</li> <li>– Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása</li> </ul> <p><b><i>Összefüggések, függvények, sorozatok:</i></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;</li> <li>– a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;</li> <li>– a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;</li> <li>– mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.</li> <li>– A számsorozat fogalmának ismerete</li> <li>– Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval</li> <li>– Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint</li> <li>– Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege</li> <li>– Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege</li> <li>– A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása</li> <li>– Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában</li> <li>– Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása</li> <li>– Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása</li> <li>– Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása</li> </ul> <p><b><i>Geometria</i></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;</li> <li>– ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;</li> <li>– ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;</li> <li>– sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;</li> <li>– lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;</li> <li>– kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket</li> </ul>
---	---

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban</li> <li>– A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete</li> <li>– Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete</li> <li>– Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben</li> <li>– A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban</li> <li>– A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben</li> <li>– A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással</li> <li>– Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása</li> <li>– A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása</li> </ul> <p><b>Összességében:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.</li> <li>– Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.</li> <li>– Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.</li> <li>– Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.</li> <li>– Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.</li> <li>– A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.</li> <li>– A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.</li> <li>– A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.</li> </ul>
--	--

### **Továbbhaladás feltételei**

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud egyszerű kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.

- Tud prímtényező felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolútértékes, exponenciális egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikorról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott egyszerű függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket egyszerű feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Egyszerű feladatokban jól alkalmazza a klasszikus valószínűség-számítási modellt.